ARITMETICA ELEMENTARA

PARTEA a 3-a

pentru

Clasa a III-a primară

După cele maĭ noue procedărĭ

(Diesterweg, Mocnic, Zaehringer, Ducotterd, Leyssenne, etc,)

de

I, P. Florantin
Profesor de filosofie la liceul din Iaşĭ.

N. D. Arbore.
Institutor în Iaşĭ

IAŞI.
EDITURA LIBRĂRIEI „ŞCOALELOR" FRAŢII ŞARAGA
1888.

ARITMETICA ELEMENTARA

PARTEA A 3-a

pentru

Clasa a III-a primară

După cele maĭ noue procedărĭ

(Biesterweg, Mocnic, Zaehringer, Ducotterd, Leyssenne, etc.)

de

I. P. Florantin
Profesor de filosofie la liceul din Iașĭ.

N. D. Arbore
Institutor în Iașĭ.

Notă: Partea I. pentru cl. I. e aprobată. (v. Monitorul N. 80 din 1887). Urméză și partea pentru clasa IV primară.

IAȘI.
EDITURA LIBRĂRIEI „ȘCOALELOR" FRAȚII ȘARAGA
1888.

TIPOGRAFIEA DIM. GHEORGHIU—LUCRĂTORI ASOCIAȚI

Fracțiunile.

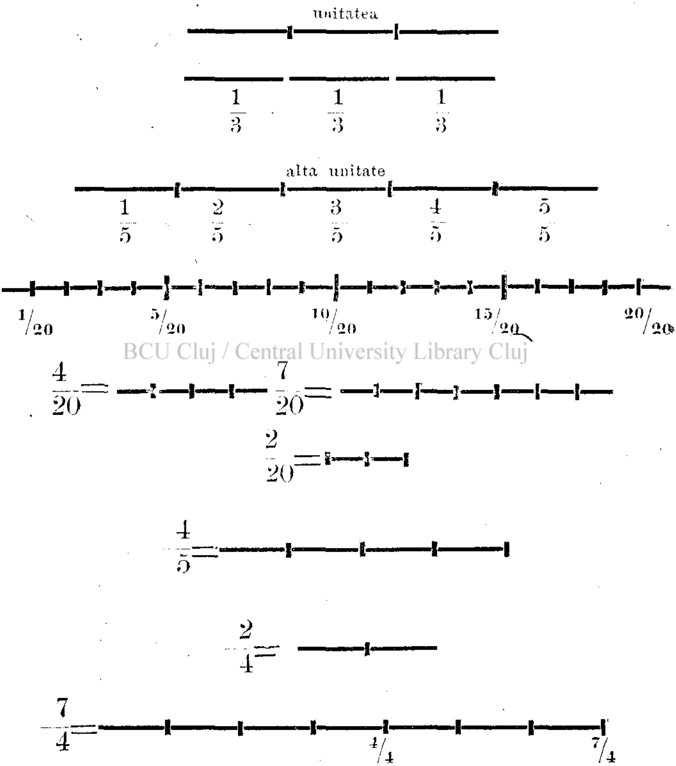
Când avemŭ unŭ bățŭ, și îlŭ rupemŭ saŭ îlŭ *frângemŭ* dreptŭ pe la mijlocŭ, prin acéstă frângere amŭ impărțitŭ bățulŭ in două părțĭ deopotrivă saŭ egale.

iată: bățulŭ

bucățile saŭ fracturile, (fracțiunĭ).

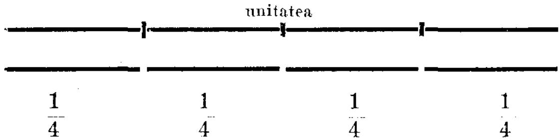
Bucățile, adică rupturile saŭ fracturile se dicŭ și **fracțiunĭ** saŭ fracțiĭ. Fiindcă amŭ frântŭ bâțulŭ dreptŭ pe la mijlocŭ, cele 2 bucățĭ saŭ fracțiunĭ sûntŭ egale, și se numescŭ **jumătățĭ.** Nicĭ unŭ lucru nu se póte impărți in maĭ multe jumătățĭ decâtŭ in douĕ; și fie-care jumătate se scrie așa: $\frac{1}{2}$, adică amŭ tăietŭ bățulŭ (1 bățŭ) in douĕ (2) părți egale, și din aceste avemŭ una (1). Când citimŭ insă, dicemŭ: *o doime* (1 doime, saŭ 2-me) adică una din douĕ părți, (1 din 2 părțĭ).

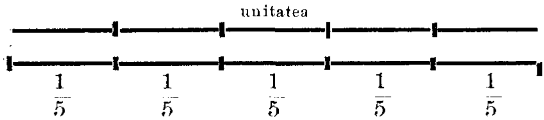
Dacă frângemŭ saŭ impărțimŭ ori ce unitate in 3 părţĭ egale, o parte din aceste treĭ se numeşte o *a 3-a* parte, sau o *treime*, (1 treime, saŭ 1 3-me.) şi se scrie aşa: $\frac{1}{3}$, una din treĭ părţĭ. (1 din 3).

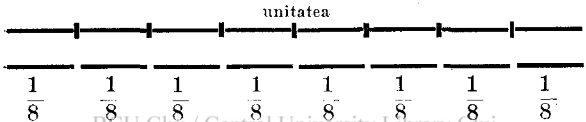


Dacă impărţimŭ o *unitate* (1) in 4 părţi egale, in 5, in 6, in 8 etc. părţĭ egale, fie-care din acele părţĭ şi tóte impreună se vorŭ numi *patrimĭ*, *cincimĭ*, *şesimĭ*, *optimĭ*, etc. şi se scriŭ astŭ-feliŭ.

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \text{ etc.}$$

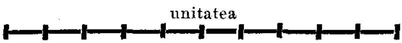


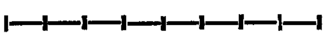




De aicĭ videmŭ, că *o patrime* este a 4-a parte dintr'unŭ lucru, *o cincime* este a 5-a parte, *o optime* este a 8-a parte, *o sutime* a 100-a parte, *o miime* a 1000-a parte; şi aşa maĭ departe. Maĭ videmŭ că pe câtŭ unitatea se imparte in *maĭ multe* părţĭ, pe atâta bucăţile se facŭ totŭ *maĭ micĭ*.

Dacă cineva are 8 bucăţĭ de a 10-a parte, şi unŭ altulŭ are 8 bucăţĭ de a 15-a parte, celŭ intêiŭ are maĭ multŭ decâtŭ celŭ alŭ doilea, fiindcă bucăţile luĭ sûntŭ maĭ marĭ.

D. e. 

celŭ intêiŭ  8 părţĭ de a 10-a parte.

Aceiașĭ unitate

$\frac{1}{15}$=1 a 15-a parte

celŭ alŭ 2-lea  8 părţĭ de a 15-a parte.

Esercițiĭ.

? Intr'unŭ întreg (1) câte jumătăţĭ saŭ doimĭ sûntŭ? (*Respuns.*)

? 2 intregĭ in câte doimĭ saŭ jumătăţĭ se imparte? . . .

? Dacă unŭ intregŭ se imparte în 2 doimĭ saŭ 2 jumătăţĭ, apoĭ 4, 5, 7, 8, 10, 20, 30, 100 intregĭ, câte jumătăţĭ cuprindŭ? . . . . .

? In orĭ ce numĕrŭ, câte jumătăţĭ sûntŭ, óre atâtea jumătăţĭ, câte unităţĭ, orĭ de 2 orĭ maĭ multe? . . . .

? Óre in 20 de intregĭ sûntŭ 20 de jumătăţĭ, orĭ 40? Dar in 60, 70, 80, 90, 100, 300 intregĭ câte doimĭ sûntŭ? . . . ,

---

? Cândŭ rupemŭ saŭ frângemŭ un bățŭ in douĕ bucăţĭ egale, o bucată de acelea a câtea parte este din bățŭ? . . . .

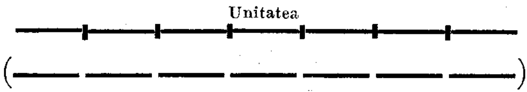
? Când impărţimŭ unŭ lucru saŭ *o unitate* in 16 părţĭ egale, o bucată din acestea a cătea parte este, şi cum îĭ dicemŭ?.

? Dacă amŭ impărţitŭ o *unitate* in 7 părţĭ egale, şi pe a 7-a parte amŭ luat'o de 5 orĭ, cumŭ vomŭ scrie acéstă fracţiune? . . . .

? Dar dacă amŭ impărţitŭ o *unitate* in 4 părţĭ egale, şi pe a 4-a parte amŭ luat'o de 4 orĭ, adecă le avemŭ pe tóte acele 4 bucăţĭ, cum vomŭ scrie acéstă fracţiune? . . . Câtŭ preţuesce ea, óre maĭ multŭ decâtŭ unitatea intrégă orĭ maĭ puţinŭ?

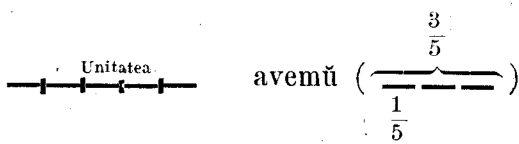
? Dacă scriemŭ $\frac{5}{8}$, (cincĭ optimĭ), ce s'a luatŭ de 5 orĭ?

? Dar dacă scriemŭ $\frac{12}{3}$, (12 treimĭ), în câte părţĭ egale s'a impărţitŭ unitatea, şi ce s'a luatŭ de 12 orĭ? óre preţulŭ acesteĭ fracţiunĭ este maĭ mare decât o unitate, orĭ ē mai micŭ? . .



le avemŭ pe tóte.

? Când avemŭ unŭ întregŭ (1) saŭ o unitate intrégă, impărţită in maĭ multe părţĭ egale, şi le avemŭ pe *tóte* acele *frănturi*, avemŭ noĭ atuncĭ intrégă unitatea orĭ nu? . . . .



? Dar când n'avemŭ tóte părţile, ci *maĭ puţine* părţĭ decâtŭ câte sûntŭ în unitatea intrégă, avemŭ noĭ atuncĭ o unitate intrégă, orĭ numaĭ câteva părţĭ egale din unitate? . . . .

Fracţiune numimŭ câte-va părţĭ egale luate dintr'o unitate. Ea se infăţoşéză prin două numere: unŭ numărŭ, care numesce, in câte părţĭ egale s'a *împărţitŭ* **unitatea**; *acestŭ numĕrŭ se zice*

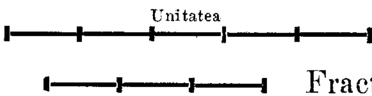
Numĭtorŭ; *şi unŭ altŭ numĕrŭ, care numĕră câte părţĭ egale s'aŭ luatŭ din unitate; acestŭ de pe urmă se numesce* **Numĕrâtorŭ.**

Numĕrătorulŭ *se scrie deasupra* **Numitorului**, *despărţindu-se prin o linie orisontală orĭ oblică; amândouĕ aceste numere se numescŭ* **terminii fracţiunii.**

Fie: $\frac{3}{5}$ orĭ aşa: $^3/_5$

5 este **numitorŭ**, pentru că numesce, în câte părţĭ egale s'a impărţitŭ unitatea.

3 este **numĕrătorŭ**, pentru că *numĕră* câte părţĭ egale s'aŭ luatŭ.



unitatea $\frac{5}{5}$

Fracţiunea $^3/_5$

Eserciţii.

? $\frac{1}{2}$ In câte părţĭ egale s'a impărţitŭ aci unitatea, şi a 2-a parte din unitate de câte orĭ s'a luatŭ? . . . .

? Câtŭ e jumătate din 2, din 6, din 8, din 20, din 100' etc?

? Cumŭ se numesce numĕrulŭ, care ni arată, in câte părţĭ egale se imparte unitatea?

? Cumŭ se numesce numĕrulŭ, care numĕră, câte părţĭ din unitate amŭ luatŭ?

? Când scriemŭ o fracţiune, care numĕrŭ se scrie deasupra şi care dedesubtŭ?

? Amŭ tăietŭ o pâne in 4 părţĭ egale, şi a 4-a parte amŭ luat'o o dată. Cum se scrie acéstă fracţiune?

Apatra parte dintr'unŭ lucru, să scimŭ, că se maĭ ḑice şi *şfertu* saŭ *pătrariu.*

? Amŭ impărţitŭ o prăjină in 24 palme, şi a 24-a parte amŭ luat'o de 18 orĭ. Cumŭ se scrie acéstă fracţiune?

Când scriemŭ o fracţiune, ce arătămŭ prin numitorulŭ eĭ, şi ce arătămŭ prin numĕrătorulŭ eĭ?

? Tóte bucăţile unuĭ întregŭ luate impreună sûntŭ ele egale cu acelŭ intregŭ, orĭ sûntŭ numaĭ o fracţiune dintrânsulŭ? . . . .

? Dacă scriemŭ fracţiunile: $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{6}$ care din aceste fracţiunĭ preţuescŭ atâta câtŭ 1 *unitate*, şi cari sûntŭ maĭ micĭ de câtŭ *unitate?* . . , .

? Dacă vomŭ scrie $\frac{3}{3}=1$, $\frac{3}{4}=1$, $\frac{1}{3}=1$, $\frac{4}{4}=1$ care din aceste fracţiunĭ sûntŭ adevĕrate, adică egale cu o unitate intrégă? şi care sûntŭ greşite, adică rĕŭ puse ca egale cu unitatea? . .

Cetirea fracţiunilorŭ.

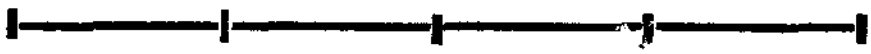
$\frac{1}{2}$ se citesce; unu din 2, saŭ 1 supra 2, saŭ o doime, (1 doime), 1 a doua, orĭ 1 impărţitŭ prin 2, orĭ pe scurtŭ: 1 prin 2.

$\frac{3}{4}$ se cetesce: 3 din 4, 3 supra 4, 3 pătrimĭ, orĭ 3 a patra, orĭ şi 3 impărţitŭ prin 4, orĭ pe scurtŭ: 3 prin 4.

Să se citéscă in tóte felurile fracţiunile următóre:

$^7/_9$, $^5/_6$, $^3/_9$, $^4/_5$, $^7/_{11}$, $^2/_5$.

Când numărătorulŭ unei fracțiunĭ are atâtea părțĭ, câte sûntŭ în unitatea intrégă, (adecă, când numĕrătorulŭ ei este egalŭ cu numitorulŭ), atuncĭ ea se numesce fracțiune unitară saŭ echiunitară.

De esemplu  $\frac{4}{4}$

Aicĭ unitatea intrégă cuprinde 4 părțĭ de a 4-a parte; ca fracțiune se scrie așa: $\frac{4}{4}$.

Acéstă fracțiune se dice unitară sau echiunitară, fiindŭ că numĕrătorulŭ eĭ are 4 părțĭ de a 4-a parte, ca și unitatea în trégă.

Când *numĕrătorulŭ* are maĭ multe părțĭ decâtŭ unitatea intreagă, (saŭ cândŭ numĕrătorulŭ e maĭ mare de câtŭ numĭtorulŭ), atuncĭ fracțiunea se dice *supraunitară.* Ea se mai dice și espresiune fracționară.

 $^3/_3$ Unitatea intreagă.

 a 3-a parte din unitate.

Să luămŭ 5 treimĭ de unitate.

$^1/_3$ $^2/_3$ $^3/_3$ $^4/_3$ $^5/_3$

Fracțiunea este $\frac{5}{3}$ *supraunitară*

Aicĭ unitatea intrégă cuprinde 3 părţĭ de a 3-a parte, iar fracţiunea $\frac{5}{3}$ cuprinde 5 părţĭ de a 3-a parte, de aceea $\frac{5}{3}$ este o fracţiune supra-unitară saŭ o espresiune fracţionară.

Când *numĕrătorulŭ* are maĭ puţine părţĭ, decâtŭ unitatea intrégă, (adecă numĕrătorulŭ e maĭ micŭ decâtŭ numitorulŭ), atuncĭ fracţiunea se ḑice *subunitară.*

a 4-a parte din unitate saŭ $\frac{1}{4}$

Fracţiunea $\frac{3}{4}$ = $^3/_4$ *subunitară*

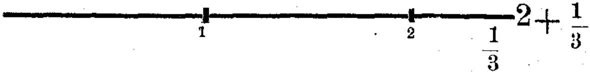
Aicĭ unitatea intrégă cuprinde 4 părţĭ de a 4-a parte, insă fracţiunea $\frac{3}{4}$ cuprinde numaĭ 3 părţĭ de a 4-a parte.

Când avemŭ unŭ *numĕrŭ întregŭ* insoţitŭ de o fracţiune, atuncĭ ḑicemŭ că avemŭ unŭ *numĕrŭ* amestecatŭ, *micstŭ*, saŭ fracţionarŭ.

$^3/_3$ unitatea intrégă

1 a 3-a parte din unitate

$^1/_3$



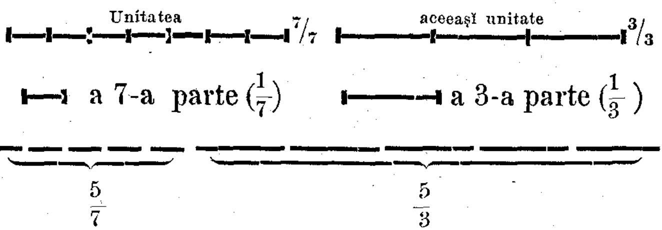
Aicĭ avemŭ douĕ unitățĭ intregĭ (2 intregĭ), și a 3-a parte din unitate ($\frac{1}{3}$), care impreună alcătuescŭ *numĕrulŭ micst* $2+\frac{1}{3}$ saŭ $2\frac{1}{3}$

Mărimea fracțiunilor.

Ca să cunóscemŭ bine mărimea fracțiunilorŭ, trebue să ținemŭ minte:

1-iŭ că *numitorulŭ* arată *mărimea* bucățilorŭ.

2-lea că *numĕrătorulŭ* arată *mulțimea* bucăților ŭ.

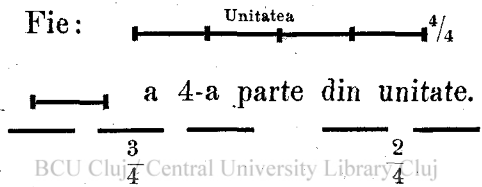


Amândouĕ fracțiunile aŭ de numĕrătorŭ pe 5, adică aŭ câte 5 bucățĭ; însă in fracțiunea $\frac{5}{7}$ bucățile sûntŭ maĭ micĭ, pe când in fracțiunea $\frac{5}{3}$, bucățile sûntŭ maĭ marĭ; prin urmare, fracțiunea

$\frac{5}{3}$ este maĭ mare, saŭ are valóre maĭ mare, decâtŭ fracţiunea $\frac{5}{7}$.

Dintre două fracţiunĭ, carĭ aŭ *acelaşŭ numĕrătorŭ*, acea fracţiune este maĭ mare, care are numitorŭ maĭ micŭ.

Fie:



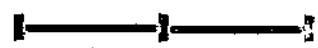
Amândouĕ aceste fracţiunĭ aŭ de numitorŭ pe 4, adică in amândouĕ fracţiunile bucăţile sûntŭ de a 4-a parte, saŭ egale, insă fracţiunea I-a $\frac{3}{4}$ are 3 bucăţĭ, pe când fracţiunea 2ª $\frac{2}{4}$ are numaĭ 2 bucăţĭ; prin urmare fracţiunea $\frac{3}{4}$ este maĭ mare sau are valóre maĭ mare, decâtŭ fracţiunea $\frac{2}{4}$.

Dintre două fracţiunĭ, cari aŭ *acelaşŭ numitorŭ*, acea este maĭ mare, care are *numĕrătorŭ* maĭ mare.

Regulă *Ca să mărimŭ valórea uneĭ fracţiunĭ, orĭ mărimŭ pe numĕrătorŭ, (ca să avemŭ maĭ multe bucăţĭ), orĭ micşurămŭ pe numitorŭ, (ca să avemŭ bucăţĭ maĭ marĭ).*

Să mărimŭ D. es. pe numărătorŭ :

 O unitate, intrégă.

Fie fracţiunea : $\frac{2}{3}$ ()

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

Facêndŭ pe *numĕrătorŭ* de 3 orĭ maĭ mare, vomŭ zice $\frac{2\times3}{3}=$ de 3 orĭ 2 facŭ 6, adică acumŭ in locŭ să avemŭ 2 bucăţĭ de a 3-a par-

()

te, avemŭ 6 bucăţĭ de a 3-a parte $\frac{6}{3}$; prin urmare fracţiunea $\frac{6}{3}$ este de 3 orĭ maĭ mare, decâtŭ fracţiunea $\frac{2}{3}$.

Calcululŭ.

$\frac{2}{3}$, $\frac{2\times3}{3}=\frac{6}{3}$; prin urmare fracţiunea $^6/_3$ e maĭ mare, adecă are valóre maĭ mare decâtŭ fracţiunea $^2/_3$

Să micşurămŭ pe numitorŭ.

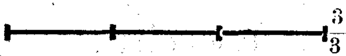
Făcêndŭ pe *numitorŭ* de 3 orĭ maĭ micŭ $(\frac{2}{3:3})$

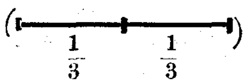
vomŭ ḑice: 3 in 3 se cuprinde 1 dată ($\frac{2}{1}$), adică bucata s'a făcutŭ de 3 orĭ maĭ mare; căcĭ acumŭ, in locŭ de 2 băcăţĭ de a 3-a parte, avemŭ 2 unităţĭ intregĭ; prin urmare fracţiunea $\frac{2}{1}$ este de 3 orĭ maĭ mare, decâtŭ fracţiunea $\frac{2}{3}$

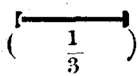
Calcululŭ.

$\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3:3}=\frac{2}{1}$ prin urmare $\frac{2}{1}$ e maĭ mare, decât $^2/_3$

Regulă *Ca să micşurămŭ valórea uneĭ fracţiunĭ, orĭ micşurămŭ pe* **numĕrătorŭ**, *orĭ mărimŭ pe* **numitorŭ.**



Fracţiunea $\frac{2}{3}$ 

1) *Micşurândŭ pe numĕrătorŭ* prin 2, ḑicemŭ ($\frac{2:2}{3}$)= 2 in 2 se cuprinde o dată, adică numaĭ o bucată de a 3-a parte. $\frac{1}{3}$ 

Fracţiunea $\frac{1}{3}$ *este de 2 orĭ maĭ mică decât* $\frac{2}{3}$.

2) *Mărindŭ pe numitorŭ de 2 orĭ.*

Aceiaşĭ *unitate,* care a fostŭ impărţită in 3 bucăţĭ acuma va fi impărţită in 6 bucăţĭ.

Bucăţile vorŭ fi maĭ micĭ, şi aşa *valórea fracţiuniĭ se va micşura.*

$$\frac{2}{3}, \frac{2}{3 \times 2} = \frac{2}{6},$$

Fracţiunea $\frac{2}{6}$ este de 2 orĭ maĭ mică, pentru ca innainte aveamŭ 2 bucăţĭ de a 3 parte ($\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$) iar acumŭ avemŭ 2 bucăţĭ de a 6-a parte ($\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$).

Esercițiĭ.

La fracţiunea $\frac{1}{2}$, numitorulŭ este de 2 orĭ maĭ mare, decâtŭ numĕrătorulŭ.

In câte forme se póte scrie dar $\frac{1}{2}$?

rĕspuns: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{100}{200}, \frac{30}{60}, \frac{200}{400}.$ etc. etc.

In câte feliurĭ se póte scrie fracţiunea $\frac{1}{3}$?

Rĕspunsŭ: $\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{8}{24}.$ etc. etc.

Să arătămŭ fracţiunĭ egale cu unitatea.

Să arătămŭ fracţiunĭ maĭ micĭ decâtŭ 1 întregŭ.

Să arătămŭ expresiunĭ fracţionare, adică fracţiunĭ maĭ marĭ, decâtŭ 1 întregŭ.

Să arătămŭ maĭ multe numere micste.

? Când *numĕrătorulŭ* este egalŭ cu *numitorulŭ*; câtŭ însemnéză acea expresiune? Óre o parte din intregŭ, adică o adevĕrată fracţiune, orĭ insemnéză chiarŭ 1 intregŭ?

? Când numĕrătorulŭ este maĭ mare, decâtŭ numitorulŭ, câtŭ insemnéză asemene expresiune? Óre o parte din 1 intregŭ, ori maĭ multe părţĭ, decâtŭ câte se află in 1 întreg?

? Când numĕrătorulŭ este maĭ micŭ, decâtŭ numitorulŭ, óre şi atuncĭ este o espresiune fracţionară, orĭ e chiar o *fracţiune*?

Să arătămŭ valórea unuĭ întregŭ (1 intregŭ) în maĭ multe forme de fracţiunĭ: ($\frac{1}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{8}{8}$, etc.

Să înfăţoşămŭ 1 intregŭ pe rândŭ in formă de fracţiunĭ cu numitoriĭ: 10, 20, 30, . . . 100, 200 . . . 1000.

? Pentru ca valórea uneĭ fracţiunĭ să fie egală cu 1 intregŭ, óre numĕrătorulŭ trebue să fie maĭ mare orĭ maĭ micŭ decâtŭ numitorulŭ, orĭ trebue să fie amândoĭ terminiĭ egalĭ?

Regulă *Când o fracţiune are valóre maĭ mică decâtŭ 1 intregŭ, adică are numĕrătorulŭ maĭ micŭ decâtŭ numitorulŭ, atuncĭ ea se numeşte fracţiune proprie.*

D. e. $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{50}{100}$, etc,

Fracţinnile *acele, carĭ cuprindŭ* **intregĭ** *scrişĭ numaĭ in formă de fracţiune, se numescŭ fracţiunĭ nepropriĭ saŭ impropriĭ,*

D. e. $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{7}{1}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{8}{1}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{12}{3}$, $\frac{40}{10}$, etc etc.

Esercițiĭ.

Să arătămŭ valórea de 2 intregĭ prin fracţiunĭ cu numitoriĭ: 2, 3, 4, 5, 6 . . . 10, 20 50,

100, 1000, etc. de câte orĭ vorŭ fi numĕrătoriĭ maĭ marĭ, decâtŭ numitoriĭ?

Când voimŭ, să infăţoşămŭ o (1) a 4-a parte dintr'unŭ întregŭ, de câte orĭ trebue să fie *numitorulŭ* maĭ mare decâtŭ *numĕrătorulŭ*?

Să arătămŭ 1 a 4-a parte dintr'unŭ intregŭ prin fracţiunĭ cu numitoriĭ 4, 8, 12, 16, 32; etc.

Să infăţoşămŭ prin câte felurĭ de fracţiunĭ se póte arăta valorile acestea 1; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ etc.

$$1=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}= \cdots \frac{10}{10}=\frac{100}{100}=\frac{1000}{1000}= \cdots$$
$$=\frac{11}{11}=\frac{99}{99}=\frac{999}{999} \text{ etc.}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}= \cdots \frac{10}{20}=\frac{20}{40}=\frac{100}{200}=\frac{1000}{2000}=\frac{5}{10}=$$
$$=\frac{50}{100}=\frac{500}{1000} \text{ etc.}$$

$$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=\frac{4}{16}=\frac{11}{44}=\frac{100}{400}=\frac{1000}{4000}=\frac{25}{100}=\frac{250}{1000}.$$

$$\frac{1}{10}=\frac{2}{20}=\frac{3}{30}=\frac{10}{100}=\frac{20}{200}=\frac{100}{1000}=\frac{1000}{10000}, \text{ etc.}$$

$$\frac{1}{100}=\frac{2}{200}=\frac{3}{300}=\frac{10}{1000}, \text{ etc.}$$

$$\frac{1}{1000}=\frac{2}{2000}=\frac{3}{3000}=\frac{10}{10000}, \text{ etc.}$$

Unŭ băietŭ avea într'o ḑi 6 nucĭ, 4 in buzunarulŭ dreptŭ și 2 in buzunarulŭ stângŭ. Vine un prietenŭ alŭ luĭ, și voindŭ să facă șagă cu elŭ, îĭ pune 2 nucĭ în buzunarulŭ stângŭ, însă îĭ ia 2 nucĭ din buzunarulŭ dreptŭ.

Este intrebare acuma, óre băietul are maĭ multe nucĭ de câtŭ avea mainainte, orĭ maĭ puţine?

N'are nicĭ maĭ multe nicĭ maĭ puţine, ci totŭ 6 nucĭ; fiindcă câtŭ i-a pusŭ in stânga atâtŭ i-a luată din drépta; așa, că băietulŭ are acuma 4 nucĭ in stânga și 2 nucĭ in drépta; dar in totulŭ totŭ numaĭ 6 nucĭ, ca și mainainte.

Fie unitatea: A $\frac{4}{4}$B. impărţită in 4 părţĭ egale. aceiaşĭ $^8/_8$ aceiaşĭ unitate impărţită in 8 părţĭ egale.

$\frac{3}{4}$

$\frac{6}{8}$

Videmŭ că amăndouĕ fracţiunile $^3/_4$ şi cu $^6/_8$ sûntŭ egale, saŭ: $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$

Cândŭ mărimŭ pe *numĕrătorŭ*, facemŭ să avemŭ bucăţĭ maĭ multe (de es. $\frac{3}{4}$, $\frac{3\times2}{4}=\frac{6}{4}$), adică valórea fracţiuniĭ se măresce, iar când mărimŭ pe *numitorŭ*, facemŭ ca bucăţile se fie maĭ micĭ, ($\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4\times2}=\frac{3}{8}$), adică valórea fracţiuniĭ se micşuréză, totŭ de atâtea orĭ, de câte orĭ amŭ mărit'o maĭ inainte; prin urmare, *Valórea fracţiuniĭ nu se schimbă*; căcĭ pe câtŭ o mărimŭ, când inmulţimŭ pe numĕrătorŭ, pe atâta o micşurămŭ, când inmulţimŭ pe numitorŭ.

Regulă. *Valórea saŭ preţulŭ uneĭ fracţiunĭ nu se schimbă, dacă inmulţimŭ cu acelaşŭ numĕrŭ şi pe* **numĕrătorŭ** *şi pe* **numitorŭ.**

Fie unitatea C $\frac{8}{8}$ D. impărţită in 8 părţĭ egale.

Aceiaşĭ unitate $^4/_4$ impărţită în 4 părţĭ egale.

$\frac{4}{8}$

$\frac{2}{4}$

Vedemŭ, că amândouĕ fracţiunile sûntŭ egale, cea d'ântĕiŭ avêndŭ patru părţĭ de a 8-a parte, şi cea a II-a 2 părţĭ de a 4-a parte, adică $^4/_8 = ^2/_4$.

Când *impărţimŭ pe numĕrătorŭ, valórea se micşurézâ,* fiindŭ că avemŭ bucâţĭ maĭ puţine $\frac{4}{8}, \frac{4:2}{8} = \frac{2}{8}$); iar când impărţimŭ pe *numitorŭ*, valórea se màresce, fiindŭ că bucăţile se facŭ maĭ marĭ ($\frac{4}{8}, \frac{4}{8:2} = \frac{4}{4}$); prin urmare, dacă impărţimŭ şi pe numĕrătorŭ şi pe numitorŭ totŭ cu acelaşĭ numĕrŭ, valórea fracţiuniĭ nu se chimbă, căcĭ cu câtŭ o micşurămŭ, când impărţimŭ pe numĕrătorŭ, pe atâta o mărimŭ, când impărţimŭ pe numitorŭ.

Regulă *Valórea saŭ prețulŭ uneĭ fracțiunĭ nu se schimbă, dacă impărțimŭ și pe* **numĕrătorŭ** *și pe* **numitorŭ** *totŭ cu acelașŭ numĕrŭ.*

Probleme.

? Unŭ copilŭ avea $\frac{2}{4}$ dintr'unŭ mĕrŭ; vecinulŭ luĭ avea in mână de 3 orĭ maĭ multŭ, decâtŭ elŭ. Să se afle, câte bucăți avea vecinulŭ copiluluĭ.

? Unŭ școlarŭ avea o gramatică cu 50 file; in câteva lunĭ de ḑile elŭ a invĕțatŭ 45 de file din acea carte.

Cum vomŭ scrie numĕrulŭ filelorŭ saŭ a părțilorŭ in formă de fracțiune din cartea intrégă?

Intr'o aritmetică sûntŭ 54 file. Unŭ școlarŭ a invețatŭ din acéstă carte 12 file ($\frac{12}{54}$), altulŭ a invĕțatŭ de 3 orĭ maĭ multŭ, decâtŭ elŭ. Să se afle, câte file a invĕțatŭ al 2-lea școlarŭ, scriind acésta in formă de fracțiune.

? Fie fracțiunea $\frac{12}{48}$. Dacă vomŭ impărți numitorulŭ prin 6, óre valórea acesteĭ fracţiunĭ va cresce, orĭ va sçădea?

Dar dacă vomŭ inmulţi pe numitorŭ cu 6, cum se va schimba valórea fracţiuniĭ? Să se maĭ fie, ce se va întâmpla cu valórea fracţiuniĭ, dacă vomŭ inmulţi, orĭ dacă vomŭ impărţi numĕătorulŭ cu 6.

Cum se póte da intreguluĭ formă de fracţie.

Fie întregulŭ 8; inmulţindu-lŭ cu 5, va fi 40, impărţindŭ pe 40 prin 5, va fi $\frac{40}{5}$, *fiindcă impărţirea se póte scrie in formă de fracţiune*, punêndŭ pe *deîmpărţitulŭ ca numĕrătorŭ*, iar pe *impărţitorŭ ca numitorŭ*. $\frac{40}{5}$ preţuesce totŭ 8 intregĭ, pentru că 5 în 40 se cuprinde de 8 orĭ, saŭ 40 : 5— 8 Aşa dară, dacă pe unŭ numĕrŭ intregŭ îl inmulţimŭ cu unŭ numĕrŭ, şi pe urmă impărţimŭ productulŭ totŭ prin acelŭ numĕrŭ, valórea aceluĭ numĕrŭ nu se schimbă; fiind că, cu câtŭ l'amŭ mărîtŭ, cu atâta l-amŭ micşuratŭ. Elŭ îşĭ schimbă insă *forma*, căpătândŭ formă de fracţiune.

Eserciţiĭ.

8 intregĭ; in formă de fracţiune va fi:

$$8=\frac{8\times1}{1}=\frac{8}{1}=8$$

orĭ

$$8=\frac{8\times4}{4}=\frac{32}{4}=8$$

$$8=\frac{8\times5}{5}=\frac{40}{5}=8$$

$$8=\frac{8\times9}{9}=\frac{72}{9}=8$$

Dacă pe unŭ numĕrŭ întregŭ îlŭ facemŭ maĭ mare, înmulţindu-lŭ prin unŭ numĕrŭ óre care, şi pe urmă îlŭ facemŭ maĭ micŭ, impărţindu-lŭ totŭ prin acelŭ numĕrŭ, este ca şi cum nicĭ nu l'amŭ fi mĕritŭ, nicĭ l'amŭ fi micşuratŭ, adică acelŭ numĕrŭ nu şi-a schimbatŭ valórea.

2 întregĭ in formă de fracţiune:

$\frac{2\times2}{2}=\frac{4}{2}$	$\frac{2\times9}{9}=\frac{18}{9}$	$\frac{2\times12}{12}=\frac{24}{12}$
$\frac{2\times3}{3}=\frac{6}{3}$	$\frac{2\times10}{10}=\frac{20}{11}$	$\frac{2\times13}{13}=\frac{26}{13}$
$\frac{2\times5}{5}=\frac{10}{5}$	$\frac{2\times11}{11}=\frac{22}{11}$	$\frac{2\times20}{20}=\frac{40}{20}$
etc. etc.	etc. etc.	etc. etc.

Impărţirea scrisă in formă de fracţiune:

$$4 : 2=\frac{4}{2} \quad 8 : 2=\frac{8}{2} \quad 12 : 3=\frac{12}{3} \quad 36 : 9=\frac{36}{9}$$

O împărţire se póte înfăţişa în formă de fracţiune, şi anume aşa: scriemŭ pe deîmpărţitŭ ca **numĕrătorŭ,** *şi pe impărţitorŭ ca* **numitorŭ.**

Să scriemŭ pe 9 intregĭ in formă de fracţiune cu *numitorulŭ* 7.

$$9=\frac{9\times7}{7}=\frac{63}{7}$$

Să scriemŭ pe 12 intregĭ in formă de fracţiune cu *numitorulŭ* 5.

$$12=\frac{12\times5}{5}=\frac{60}{5}$$

Să scriemŭ pe 10 intregĭ in formă de fracţiune cu numitorulŭ 8.

Să scriemŭ pe 2 intregĭ in forma de fracţiune cu numitorulŭ 12.

Regulă *Ca să dămŭ unuĭ numĕrŭ întregŭ forma de fracţiune, fără a-şĭ schimba valórea, inmulţimŭ pe acelŭ numĕrŭ întregŭ cu numĕrulŭ,* *ce voimŭ să-ĭ dămŭ ca numitorŭ, şi sub acelŭ productŭ scriemŭ pe numitorulŭ datŭ. Fracţiunea formată astfelŭ va fi o expresiune fracţionară, saŭ fracţiune supra-unitară.*

Ca să aflămŭ, câţĭ intregĭ sûntŭ într'o fracţiune supra-unitară, impărţimŭ pe numĕrătorŭ prin numitorŭ; câtulŭ va arăta intregiĭ; iar restulŭ va forma o fracţiune sub-unitară, totŭ cu acelŭ numitorŭ, cu care amŭ impărţitŭ pe numĕrătorŭ.

Esemple.

Căţĭ intregĭ sûntŭ în expresiunea fracţionară $\frac{8}{3}$?

Dar in $\frac{9}{7}$, in $\frac{12}{3}$, in $\frac{25}{4}$, in $\frac{17}{3}$, in $\frac{37}{8}$ etc.

Cum se póte da unuĭ numĕrŭ mixtŭ formă de fracţiune supra-unitară, saŭ expresiune fracţionară.

Esemplu.

$$4+\frac{3}{5}=$$

Ca să transformămŭ acestŭ numĕrŭ mixtŭ in formă de fracţiune *supra-unitară*, maĭ întêiŭ transformămŭ intregulŭ *4* in formă de fracţiune cu numitorulŭ 5, adică desfacemŭ intregulŭ in bucăţĭ de a 5-a parte, şi pe urmă unimŭ tóte bucăţile intr'unŭ singurŭ numĕrŭ in forma de fracţiune.

$$\text{aşa: } \frac{4\times5}{5}=\frac{20}{5}+\frac{3}{5}=\frac{23}{5}$$

Adecă, în 4 intregĭ sûntŭ 20 bucăţĭ de a 5-a parte, şi cu 3 bucăţĭ de a 5-a parte, facŭ 23 bucăţĭ de a 5-a parte, $(\frac{23}{5})$.

Aşeḑarea lucrăriĭ.

$$4+\frac{3}{5}=\frac{4\times5}{5}+\frac{3}{5}=\frac{23}{5}$$

$$\text{saŭ} \quad 4+\frac{3}{5}=\frac{(4\times5)+3}{5}=\frac{23}{5}$$

Regulă. *Ca să trasformămŭ unŭ numĕrŭ mixtŭ în formă de fracţiune supra-unitară, inmulţimŭ intregiĭ cu numitorulŭ, adunămŭ şi pe numĕrătorŭ, iar resultatuluĭ îĭ dămŭ de numitorŭ pe fostulŭ numitorŭ.*

Esercițiĭ.

Să transformămŭ in expresiunĭ fracționare următórele numere mixte:

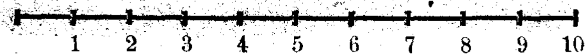
$7+\frac{3}{5}=$	$8+\frac{7}{9}=$	$9+\frac{5}{8}=$
$12+\frac{7}{8}=$	$18+\frac{7}{11}=$	$8+\frac{12}{15}=$

Să căutămŭ, câțĭ intregĭ sûntŭ in următórele expresiunĭ fracționare:

$\frac{38}{5}=$	$\frac{79}{9}=$	$\frac{77}{8}=$
$\frac{103}{8}=$	$\frac{205}{11}=$	$\frac{132}{15}=$

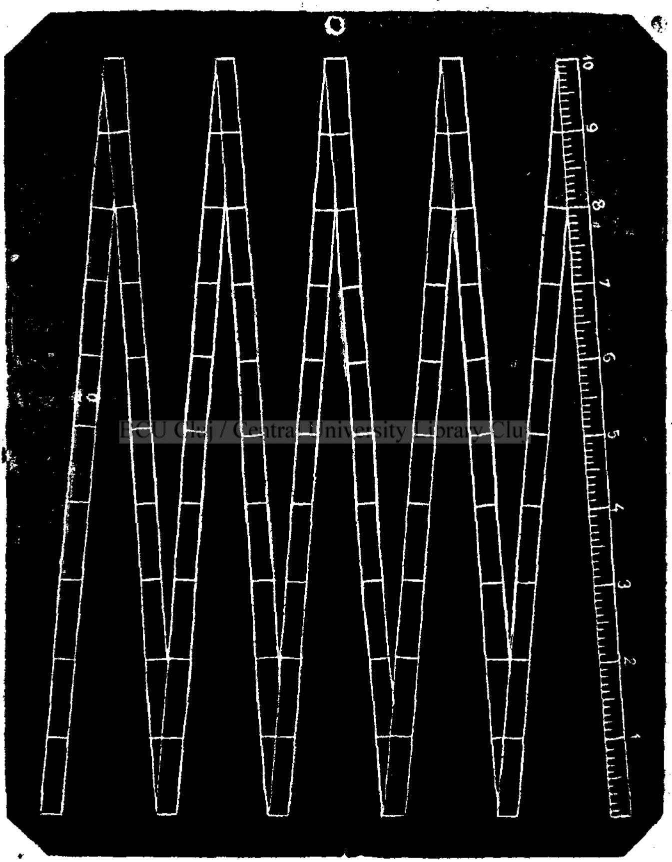
Numere Decimale și Fracțiunĭ Decimale.

Pe 1 (unŭ întregŭ) îlŭ putemŭ împărțì în 10 părțĭ egale.



a 10-a parte, saŭ una din 10, saŭ o decime, $\frac{1}{10}$.

Pe metru iarăşĭ îlŭ putemŭ împărţì în 10 părţĭ egale, adecă în 10 ḑecimĭ, $\frac{10}{10}$, numite *Decimetri*,



Infăţoşarea unuĭ Metru.

Metrulŭ **se imparte in 10 părţĭ egale numite** *decimetri*; prin urmare *metrulŭ* are $\frac{10}{10}$ saŭ 10 decimetri, și dar *decimetrulŭ* este a 10 a parte din metru.

Decimetru 0,1

Decimetrulŭ se imparte în 10 părțĭ egale, și fie-care parte se numesce *centimetru*.

Esercițiĭ.

? Câțĭ centimetri sûntŭ în 1 *decimetru?* dar în 2 *decimetri?* dar în 3, în 4, în 5, în 6, în 7, în 8, în 9, în 10 *decimetri* câțĭ *centimentri* sûntŭ?

? Unŭ metru întregŭ cu câțĭ centimetri este egalŭ?

? 1 centimetru a câtea parte este din decimetru?

? 1 centimetru a câtea parte este din metru?

Centimetru 0,01

Centimetrulŭ se imparte în 10 părțĭ egale, și a 10-a parte din centimetru se ḑice *milimetru,* fiind-că se cuprinde de 1000 ori in metrulŭ întregŭ, adică $\frac{10}{10}$ din centimetru facŭ $\frac{10}{1000}$ din metru; prin urmare *milimetrulŭ* este a 10 a parte din centimetru, și a 1000-a parte din metru.

Regulă. *Centimetrulŭ se împarte în 10 părţĭ egale. A 10-a parte din centimetru se cuprinde în metru de* 1000 *orĭ; de aceea se numesce* **milimetru.**

O decime din metru se scrie așa: $\frac{1}{10}$, sau: nicĭ unŭ metru, și una din 10 părţĭ, (0^m,1).

Esercițiĭ.

Douĕ	decimĭ	din	metru:	0^m,2
Treĭ	„	„	„	0^m,3
Patru	„	„	„	0^m,4
Șepte	„	„	„	0^m,7
Nouĕ	„	„	„	0^m,9
Dece	„	„	„	0^m,10

O sutime din metru se scrie așa: $\frac{1}{100}$, saŭ: nici unŭ metru, și una dintr'o sută de părţĭ (0^m,01)

Esercițiĭ.

Douĕ	sutimĭ	din	metru:	0^m,02
Treĭ	„	„	„	0^m,03

Patru	sutimĭ	din	metru :	$0^m,04$
Șese	„	„	„	$0^m,06$
Optŭ	„	„	„	$0^m,08$
Nouĕ	„	„	„	$0^m,09$
Ḑece	„	„	„	$0^m,10$

Câți milimetri sûnt într'unŭ *metru*?
Milimetrulŭ a câtea parte este din *metru*?
Câțĭ milimetri sûntŭ într'unŭ decimetru?
Milimetrulŭ a câtea parte este din *decimetru*?
Câțĭ milimetri sûnt într'unŭ *Centimetru*?
Milimetrulŭ a câtea parte este din *Centimetru*?

Câțĭ centimetri sûnt într'unŭ *metru*?
Centimetrulŭ a câtea parte este din *metru*?
Câțĭ centimetri sûntŭ într'unŭ *decimetru*?
Centimetrulŭ a câtea parte este din *decimetru*?
Câțĭ decimetri sûntŭ într'unŭ *metru*?
Decimetrulŭ a câtea parte este din *metru*?

De câte orĭ este maĭ mare unŭ *metru* decâtŭ unŭ *decimetru*? Unŭ *decimetru* decâtŭ unŭ *centimetru*, și unŭ *centimetru* decâtŭ unŭ *milimetru*?

Oare câțĭ decimetri sûntŭ într'unŭ centimetru?
Câțĭ milimetri sûnt într'unŭ decimetru?
Câțĭ centimetri sûnt într'unŭ milimetru?...

Toate fracţiunile, care aŭ de numitorŭ pe 10, pe 100 . . . . adică pe unu (1) urmatŭ de nule, se numescŭ fracşiunĭ decimale.

Scrierea Fracţiunilorŭ Decimale.

Fie $3 + \frac{2}{10}$

Acestŭ numĕrŭ mixtŭ îlŭ putemŭ scrie şi altŭ feliŭ: ânteiŭ scriemŭ întregiĭ 3; pe urmă punemŭ unŭ punctŭ (.) orĭ o virgulă (,) pentru a deosebi întregiĭ de fracţiune, şi pe urmă scriemŭ fracţiunea.

astŭ-feliŭ: 3,2

Fie $3 + \frac{2}{100}$

Acestŭ numĕrŭ mixtŭ îlŭ putemŭ scrie altŭ-feliŭ: ânteiŭ scriemŭ întregiĭ 3; pe urmă punemŭ punctŭ orĭ virgulă, iar după aceasta scriemŭ fracţiunea.

astŭ-feliŭ: 3,02

Fie: $3 + \frac{2}{1000}$

Acestŭ numĕrŭ mixtŭ îlŭ putemŭ scrie astŭ-feliŭ: 3,002.

Fie: $3 + \frac{2}{10,000}$

Acestŭ numĕrŭ mixtŭ îlŭ putemŭ scrie așa: 3,0002.

Fie: $3 + \frac{2}{100,000}$

Acestŭ numĕrŭ mixtŭ îlŭ putemŭ scrie așa: 3,00002.

Fie: $3 + \frac{2}{1,000,000}$

Acestŭ numĕrŭ mixtŭ îlŭ putemŭ scrie așa: 3,000002.

Cândŭ lipsescŭ întregiĭ, se pune zero (0) în loculŭ lorŭ.

Regulă. *Ca să scimŭ a scrie fără greșală fracțiunile decimale, să ținemŭ minte:*

Ântĕiŭ, *că 10 se scrie cu un zero (0), prin urmare cifra, care va arăta bucăți de a 10-a parte se va scrie în treapta 1-a după virgulă spre drépta, D. e. 5,2.*

Al 2-lea, *că 100 se scrie cu doĭ zero (00), prin urmare cifra, care va arăta bucăți de a 100-a parte, se va scrie în trépta a 2-a după virgulă. D. e. 5,02.*

Al 3-lea, *că 1000 se scrie cu treĭ zero (000) prin urmare cifra, care va arăta bucăţĭ de a 1000-a parte, se va scrie în trépta a 3-a după virgulă. D. e. 5,002.*

Al 4-lea, *că 10,000 se scrie cu 4 zero (0000), prin urmare cifra, care arată bucăţĭ de a 10,000-a parte, se va scrie în trépta a 4-a după virgulă. D. e. 5,0002.*

Al 5-lea, *că 100,000 se scrie cu 5 zero (00000), prin urmare cifra, care arată bucăţĭ de a 100,000-a parte, se va scrie în treapta a 5-a după virgulă. D. e. 5,00002.*

Al 6-lea, *că 1,000,000 se scrie cu 6 zero* (000,000), *prin urmare cifra, care arată bucăţĭ de* 1,000,000-*a parte, se va scrie în trépta a 6-a după virgulă. D. e. 5,000002.*

Al 7-lea, *că treptele care lipsescŭ, se îndeplinescŭ cu zero* (0).

Esercițiĭ.

Să scriemŭ în formă de fracţiunĭ decimale următoarele numere mixte saŭ numere fracţionare:

$3 + \frac{4}{100}$ | $5 + \frac{7}{1000}$ | $12 + \frac{3}{10}$ | $25 + \frac{7}{10000}$ | $9 + \frac{12}{1000}$

rĕspunsŭ :

3,04	5,007	12,3	25,0007	9,012

Să scriemŭ ca fracţiunĭ decimale următoarele fracţiunĭ ordinare :

$\frac{3}{1000}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{25}{10000}$	$\frac{36}{100}$	$\frac{123}{1,000,000}$	$\frac{345}{100,000}$

respunsŭ :

0,003	0,8	0,0025	0,36	0,000123	0.00345

Să scriemŭ ca fracţiunĭ zecimale următórele fracţiunĭ supra-unitare :

$\frac{45}{10}$	$\frac{23,756}{10,000}$	$\frac{3452}{100}$	$\frac{455}{100}$	$\frac{754}{100}$	$\frac{283}{10}$	$\frac{5082}{1000}$

respunsŭ :

4,5	2,3756	34,52	4,55	7,54	28,3	5,082

Regulă. *Ca să scriemŭ unŭ numĕrŭ decimalŭ, maĭ întêiŭ scriemŭ întregiĭ şi punemŭ virgula ; după virgulă scriemŭ fracţiunea decimală saŭ cifrele decimale, astŭ-felĭŭ : 1-iŭ decimile (din* 10), *alŭ 2-lea sutimile (din o sută), alŭ 3-lea miimile (din o mie), alŭ 4-lea decimile de miĭ (din dece miĭ), alŭ 5-lea sutimile de miĭ (din o sută* *de miĭ, alŭ 6-lea milionimile (din o mie de miĭ saŭ din unŭ milionŭ).*

La unŭ numĕrŭ decimalŭ avemŭ două părțĭ: Partea întrégă, adecă întregiĭ, și partea decimală, adecă cifrele decimale.

Probleme și Esercițiĭ.

? Să scriemŭ 5 metri și 4 bucățĭ de 10-a parte, adecă 4 decimĭ (decimetrĭ).

respunsŭ: $5^{m},4$.

? Să scriemŭ 15 metri și 6 bucățĭ de a 100-a parte, adecă 6 sutimĭ (centimetri).

Respunsŭ: $15^{m},06$.

? Să scriemŭ 243 metri și 9 bucățĭ de a 1000-a parte, adecă 9 miimĭ (milimetri).

Respunsŭ: $243^{m},009$.

? Să scriemŭ 17 intregĭ, 4 sutimĭ, 6 decimĭ de miĭ și 8 milionimĭ.

Bespunsŭ: 17,040608.

? Să scriemŭ: nicĭ unŭ întregŭ, 2 din 10, 8 din 1000, 7 din 100,000 şi 3 din 1,000,000.

Respunsŭ: 0,208073.

? Unŭ negustoriŭ are 3 bucăţĭ de materie.

Bucata I-a are o lungime de 35 metri, 2 centimetri şi 4 milimetri.

Să scriemŭ acésta în decimale.

Bucata a II-a are o lungime de 40 metri, 5 decimetri şi 7 milimetri.

Să scriemŭ şi acésta totŭ în decimalo.

Bucata a III-a are o lungime de 27 metri şi 9 milimetri.

Cum amŭ scrie acésta în decimale?

? Ca să scriemŭ 7 sutimĭ, în a câtea tréptă după virgulă vomŭ scrie pe 7?

Respunsŭ: . . . . . .

Dacă 1000 se scrie cu 3 zero, când vomŭ voì să scriemŭ 14 miimi, in a câtea tréptă va fi cifra cea din urmă 4?

Respunsŭ . . , . . .

? Să scriemŭ 3645 milionimĭ.

Cifra cea din urmă 5, in a câtea tréptă va fi după virgulă.

Respunsŭ: Cifra 5 va fi in trépta a 6-a, fiindcă 1,000,000 se scrie cu 6 nule. De aceea se va scrie aşa: 0,003645.

Regulă. *La numerile ḑecimale fie care cifră ḑecimală este de 10 orĭ maĭ mică decâtŭ cea din stânga eĭ; prin urmare o cifră cu câtŭ se depărtéză de virgulă, cu atâta se micşuréză; şi cu câtŭ e maĭ aprópe de virgulă, cu atâta are o valóre maĭ mare.*

Fie: 0,5|0,005

5 din loculŭ I-iŭ arată 5 bucăţĭ de a 10-a parte din unitate; iar 5 din trépta a 3-a arată totŭ 5 bucăţĭ, ânsă acele sûntŭ multŭ maĭ micĭ, fiindŭ de a 1000-a parte din unitate.

Fie: 0,02|0,009

Aicĭ 2 are maĭ mare valóre, decâtŭ 9, fiindcă este maĭ aprópe de virgulă, adică 2 arată 2 părţĭ de a 100 parte; pe cînd 9 arată 9 bucăţĭ de a 1000-a parte, care sûntŭ maĭ micĭ.

Regulă. *Ca să crescemŭ valórea uneĭ cifre ḑecimale, o apropiemŭ de virgulă; şi ca să o micşurămŭ, o de depàrtămŭ dè virgulă.*

Ca să mărimŭ valórea uneĭ cifre ḑecimale de 10 ori de 100 de 1000 de orĭ etc. o apropiemŭ de virgulă cu atătea trepte, câte nule sûnt după 1.; şi ca să o micşurămŭ, o indepărtămŭ spre drépta cu atâtea trepte, câte nule sûntŭ după 1.

Fracţiunile ḑecimale au totŭ de-a-una de *numitorŭ* unŭ 10 orĭ 100, orĭ 1000, orĭ 10000, etc. etc.; ele se ḑicŭ *ḑecimale*, fiind că bucăţelele mergŭ orĭ din 10 in 10 crescêndŭ, orĭ din 10 in 10 descrescêndŭ. *Numitorulŭ* uneĭ fracţiunĭ ḑecimale se cunósce dupĕ *numĕrulŭ* cifrelorŭ decimale. Dacă o *fracţiune* ḑecimală are după virgulă spre drépta numaĭ o cifră ḑecimală, (0,5), atuncĭ ea va avea de numitorŭ unŭ 10.

Dacă o fracţiune are după virgulă douĕ cifre ḑecimale (0,26), atuncĭ ea va avé numitorŭ ḑece de 10, saŭ 100.

Dacă o fracţiune ḑecimală are după virgulă 3 cifre ḑecimale, (0,145), atuncĭ ea va avea de numitorŭ o sută de 10, saŭ 1000; şi aşa maĭ departe; adică la o fracţiune ḑecimală intelegemŭ ca *numitorŭ* un (1) urmatŭ la drépta de atâtea nule, câte cifre ḑecimale are fracţiunea.

Esercițiĭ

0,24	0,03	2,785	8,0345	0,002345
$\frac{34}{100}$	$\frac{3}{100}$	$2+\frac{785}{1000}$	$8+\frac{345}{10000}$	$\frac{2346}{1000000}$

Se potŭ pune şi întregiĭ tot la numĕrătorŭ:

3.4	21,007	140,35	18,2315	28,000346
$\frac{34}{10}$	$\frac{21007}{1000}$	$\frac{14035}{100}$	$\frac{182315}{10000}$	$\frac{28000346}{1000000}$

Să arătămŭ numitoriĭ fracţiunilorŭ următóre

0,004 | 15,034 | 8,1035 | 0,0007 | 4,7 | 0,128

Deosebirea intre fracţiunile ordinare şi fracţiunile ḑecimale este acésta: că la fracţiunile ordinare numitorulŭ se scrie, şi arată orĭ a câtea parte din unitate; pe când la *fracţiunile ḑecimale* numitorulŭ nu se scrie, fiindŭ că se inţelege dupĕ cifrele decimale, şi arată numaĭ bucăţĭ de a 10-a de a 100-a de a' 1000-a parte, etc. etc.

Cetirea Decimalelor.

32,4, adică 32 intregĭ şi 4 *decimĭ*, sau 4 din 10.

140,35, adică 140 întregĭ şi 35 *sutimĭ*, saŭ 35 dintr'o sută.

9,018, adică 9 întregĭ şi 18 *miimĭ*, saŭ 18 din 1000.

2,1239, adică 2 întregĭ şi 1239 de *decimĭ de miĭ*. saŭ 1239 din 10,1000.

0,00047, adică 0 întregĭ şi 47 *sutimĭ de miĭ*. saŭ 47 din 100,000.

0, 000003, adică 0 intregĭ şi 3 *milionimĭ*, saŭ 3 din 1000,000.

Să ţimemŭ minte:

Că	cifra	I-a	după	virgulă	este	decimĭ	sau din	10
„	„	II-a	„	„	„	sutimĭ	„ „	100
„	„	III-a	„	„	„	miimĭ	„ „	1,000
„	„	IV-a	„	„	„	decimĭ de miĭ		10,000
„	„	V-a	„	„	„	sutimĭ de miĭ		100,000
„	„	VI-a	„	„	„	milionimĭ	„	1,000,000

Esercițiĭ.

Fie: 8,236

Optu intregĭ, 2 decimĭ (din 10), 3 sutimĭ (din 100), şi 6 miimĭ (din 1000).

saŭ 8 intregĭ şi 236 miimĭ (din 1000).

Fie: 170,0347

170 *intregĭ*, 0 *decimĭ*, (din 10), 3 *sutimĭ* (din 100), 4 *miimĭ* (din 1000), şi 7 *decimĭ de miĭ* (din 10,000).

sau: 170 *intregĭ* şi 347 *decimĭ de miĭ* (din 10,000).

Să citimŭ fracţiunile următóre:

0,9 | 0,24 | 30,128 | 375,0023 | 0,12041
3,300415

Regulă. *Ca să citimŭ unŭ numĕrŭ decimalŭ, citimŭ întêiŭ intregiĭ, pe urmă citimŭ fie-care cifră decimală pe rândŭ, spunêndŭ întêiŭ valórea sa absolută, şi pe urmă valórea sa relativă; citimŭ tóte cifrele decimale ca pe unŭ numĕrŭ întregŭ, şi la tótă gropa decimală îĭ dămŭ numirea cifreĭ celeĭ din urmă.*

D. es. 345,425

Orĭ citimĭ fie-care cifră decimală cu valórea sa absolută şi relativă: aşa; 345 întregĭ, 4 sutimĭ, 2 decimĭ şi 5 miimĭ.

Orĭ citimĭ tótă grupa decimală, dându-ĭ numirea cifreĭ din urmă. Aşa: 345 întregĭ, şi 425 miimĭ.

Nulele in drépta uneĭ cifre ḑecimale nu schimbă valórea aceleĭ cifre

Să citimŭ:

3,1	3.10	3,100	3,1000	3,10000
4,2	4,20	4,200	4,2000	4,20000
0.1	0.10	0,100	0.1000	0.10000
0.3	0.30	0.300	0.3000	0.30000
46.7	46.70	46,700	46.7000	46,70000

Valórea cifrelorŭ ḑecimale nu se schimbă, dacă adăugimŭ la drépta lor orĭ câte nule; pentru că fie-care cifră ḑecimală îşĭ păstréză loculŭ sĕŭ.

D. e. 0,2. Doĭ este in loculŭ I-iŭ, adică ḑecimĭ.

0,20. Doĭ este totŭ in loculŭ I-iŭ ḑecimĭ.

0,2000 Doĭ este totŭ in loculŭ I-iŭ ḑecimĭ.

0,2000000. Doĭ este totŭ in loculŭ I-iŭ ḑecimĭ.

Intregiĭ scrişĭ în deosebite feliurĭ:

1= 1.0	1= 1.00	1= 1.000
2= 2.0	2= 2.00	2= 2.000
15=15.0	15=15.00	15=15.000

1= 1.000000
2= 2.000000
15=15.000000

La drépta întregilorŭ fără decimale, putemŭ, al trebuință, să scriemŭ ca zecĭmale orĭ câte nule, şi valórea intregilorŭ nu se schimbă.

Să privimŭ unŭ metru (să-lŭ desemnămŭ pe tabelă).

$$0^m,100=0^m,10=0^m,1$$
$$0^m,200=0^m,20=0^m,2$$
$$0^m,300=0^m,30=0^m,3$$
$$0^m,400=0^m,40=0^m,4$$
$$0^m,500=0^m,50=0^m,5$$
$$0^m,600=0^m,60=0^m,6$$
$$0^m,700=0^m,70=0^m,7$$
$$0^m,800=0^m,80=0^m,8$$
$$0^m,900=0^m,90=0^m,9$$

0.110 = 0.11
0.220 = 0.22
0.56000 = 0.56
0.450 = ?

Când o fracţiune decimală are în urmă la drépta orĭ câte nule, le putemŭ şterge pe unele, orĭ chiar pe tóte; şi valórea fracţiunii nu se schimbă.

Acéstă ştergere a nulelorŭ, din urma decimalelorŭ, se numesce *simplificarea fracţiunilorŭ decimale.*

Adunarea numerilorŭ zecimale.

Deprinderĭ de calculŭ mintalŭ.

Pregătirĭ intutive pe metru.

0+0 = ?	0.1 +0.1 = ?
0.0+0.0 = ?	1.0 +1.0 = ?
0.0+0.1 = ?	2.0 +3.4 = ?
0.1+0.0 = ?	0.2 +4.3 = ?
1.0+0.0 = ?	10.0 +0.10 = ?
0.0+1.1 = ?	19.0 +1.19 = ?
0.1+1.1 = ?	89.0 +1.1 = ?
1.1+0.0 = ?	99.1 +2.1 = ?
0.1+1.1 = ?	100.11+0.11 = ?
1.1+1.0 = ?	

Adunarea cu ajutorulŭ scrisuluĭ.

12.12+34.34	45.34+34.44
saŭ :	saŭ :
12.12	45.34
34.34	34.44
46.46	79.78

$\underbrace{11.22 + 11.22}$

$$\begin{array}{r} 11.22 \\ 11.22 \\ \hline ? \end{array}$$

$\underbrace{33.33 + 45.54}$

$$\begin{array}{r} 33.33 \\ 45.54 \\ \hline ? \end{array}$$

$\underbrace{27.72 + 61.13}$

$$\begin{array}{r} 27.72 \\ 61.13 \\ \hline ? \end{array}$$

$\underbrace{411.141 + 143.314 + 312\ 214}$

$$\begin{array}{r} 411.141 \\ 143.314 \\ 312.214 \\ \hline ? \end{array}$$

$\underbrace{3.001 + 1.0002 + 0.1 + 0.01}$

$$\begin{array}{l} 3.001 \\ 1.0002 \\ 0.1 \\ 0.01 \\ \hline ? \end{array}$$

$\underbrace{2.002 + 30003 + 12.009}$

$$\begin{array}{l} \ \ 2.002 \\ \ \ 3.0003 \\ 12.009 \\ \hline ? \end{array}$$

$\underbrace{40.04 + 35.025 + 9.003}$

$$\begin{array}{r} 40.04 \\ 35.025 \\ 9.003 \\ \hline ? \end{array}$$

Regulă. *Ca să adunămŭ numerile ḑecimale, scriemŭ și întregiĭ și cifirele ḑecimale unele sub altele;*

Intregii *să fie; unimĭ sub unimĭ, ḑecĭ sub ḑecĭ, sute, sub sute, etc.*

Ḑecimalele *să fie: ḑecimĭ sub ḑecĭmĭ, sutimĭ sub sutimĭ, etc. sub adende tragem o linie orizontală, și adunăm ca și la numerile întregì, dela dreapta spre stînga; când ajungemŭ la punctul* *decimalŭ, îlŭ punemŭ, și trecemŭ cu adunarea maĭ departe.*

Probleme.

Amŭ cumpĕratŭ 2 bucățĭ de materie; una in lungime de 30 metri și 14 milimetri (miimĭ), și a 2 a în lungime de 27 metri și 9 decimetri (decimĭ).

Să se afle, câțĭ metri de materie amŭ cumpărat.

Așeḑarea problemei:

$$\begin{array}{r} 30^{m}.014 \\ 27\ .9 \\ \hline 57\ .914 \end{array}$$

Unŭ omŭ a cumpăratŭ făină de 2 lei 30 de banĭ (sutimĭ), carne de 4 lei, 75 de banĭ (sutimĭ), oreḑŭ de 3 lei 54 de banĭ, verdeață de 5 banĭ, și untŭ de 1 leu și 25 de bani.

Să se afle, câtŭ a cheltuitŭ acelŭ omŭ.

$$\begin{array}{r} 2.30 \\ 4.75 \\ 3.54 \\ 0.05 \\ 1.25 \\ \hline 11.89 \end{array}$$

Proba.

Proba la adunarea numerilorŭ decimale se face ca și la numerile intregĭ, prin adunare și prin scădere.

Scăderea numerilorŭ decimale.

Esercițiĭ de calculŭ mintalŭ.

0.0 — 0.0 = ?	4.1 — 0.1 = ?
0.0 — 0.1 = ?	9.8 — 8.7 = ?
0.1 — 0.1 = ?	8.8 — 9.0 = ?
0.1 — 1.0 = ?	10.9 — 10.8 = ?
1.0 — 0.0 = ?	10.9 — 9.9 = ?
1.0 — 1.0 = ?	11.8 — 10.8 = ?
1.1 — 0.1 = ?	19.9 — 9.9 = ?
1.1 — 1.1 = ?	20.9 — 10.8 = ?
1.2 — 1.1 = ?	21.1 — 0.1 = ?
1.2 — 1.2 = ?	99.9 — 9.9 = ?
2.1 — 1.1 = ?	100.1 — 100. = ?
3.2 — 3.1 = ?	37.2 — 7. = ?

Scăderea ajutată prin scrisŭ.

10.43—1.31=	20.56—2.34=	40.47—5.28=
10.43	20.56	40.47
1.31	2.34	5.28
9.12	18.22	35.19

$\underbrace{11,346-3,168=}$	$\underbrace{21.263-4.174=}$	$\underbrace{32.402-5.361=}$

2.07 1.35 ?	3.06 2.45	4.202 1.435	6.3994 1.5235

5.007 2.238 2.769	6.1006 2.3899 3.7107	11.007 5.689 5.318	712.0004 53.0324 658.9680

24.5 10.345	24.500 10.345 14.155	9.45 3.0045	9.4500 3.0045 6.4455

Regulă. *Scăderea numerilorŭ ḑecimale se face ca şi la numerele intregĭ, şi anume: Se aşéză numĕrulŭ celŭ micŭ, Scăḑătorulŭ, sub numĕrulŭ celŭ mare, Descăḑutulŭ, astŭ-feliŭ ca cifrele de acelaşŭ feliŭ să fie unele sub altele. Dacă* **descăḑutulŭ** *are maĭ puţine cifre ḑecimale decâtŭ* **scăḑĕtorulŭ**, *cifrele câte trebuescŭ le indeplinimŭ cu nule; pe urmă tragemŭ dedesubtŭ o linie orizontală, şi scădemŭ dela drépta spre stînga ca la numerile intregĭ; când ajungemŭ la punc-*

tulŭ decimalŭ, îlŭ punemŭ, şi trecemŭ innainte la întregĭ.

Probleme.

? Unŭ şcolarŭ a pusŭ într'unŭ anŭ la casa de economie 28 leĭ 75 banĭ, altulŭ a pusŭ 39 leĭ 25 banĭ; să se afle, care este diferinţa între sumele acestorŭ doĭ şcolarĭ.

Aşezarea problemeĭ:

$$\begin{array}{r} 39,25 \\ 28,75 \\ \hline ? \end{array}$$

? Cu câtŭ e maĭ mare numĕrulŭ 0,90345 decâtŭ numĕrulŭ 0,23004?

Aşeḑarea problemeĭ.

$$\begin{array}{r} 0,90345 \\ 0,23004 \\ \hline ? \end{array}$$

? Fratele meŭ are 9 metri şi 372 milimetri postavŭ. Elŭ voesce să aibă 35 metri şi 2 centimetri; să se afle, câţĭ metri trebuie să maĭ cumpere, ca să aibă câtŭ doresce.

Scăderea prin ajutorulŭ adunăriĭ

```
  35,23
  13,41
?
```

1	până la	3	maĭ trebue	2	restulŭ este
4	până la	12	„ „	8	— 21,82
1+3=4	până la	5	„ „	1	
1	până la	3	„ „	2	

Altŭ esemplu:

```
  315.2789
  103.1543
?
```


3	până la	9	ni trebue	6	
4	„ „	8	„ „	4	
5	„ „	7	„ „	2	
1	„ „	2	„ „	1	restulŭ=212,1246
3	„ „	5	„ „	2	
0	„ „	1	„ „	1	
1	„ „	3	„ „	2	

Altŭ esemplu:

```
  500.23045
  232 14578
?
```

8	până	la	15	maĭ	trebue	7
1+7=8	„	„	14	„	„	6
1+6=6	„	„	10	„	„	4
1+4=5	„	„	13	„	„	8
1+1=2	„	„	2	„	„	0

restulŭ= 268,08467

2	până	la	10	maĭ	trebue	8
1+3=4	„	„	10	„	„	6
1+3=3	„	„	5	„	„	2

Regulă *Scăderea prin ajutorulŭ adunăriĭ se face într'unŭ timpŭ maĭ scurtŭ, astŭ-feliŭ: observămŭ câte unităţĭ trebue fie-căreĭ cifre de desuptŭ pentru a fi câtŭ cea de deasupra, şi acela va fi restulŭ, aşa: pentru ca 4 să fie câtŭ 9, îĭ trebue 5 unităţĭ, 5 este dar diferenţa între 9 şi 4. Dacă cifra de jos este maĭ mare decâtŭ cea de susŭ, atuncĭ mărimŭ pe cea de susŭ cu unŭ ḑece (10), şi acelŭ unu îlŭ adăugimŭ la cifra următoare de josŭ.*

Fie:

$$\begin{array}{r} 43{,}857 \\ 25.375 \\ \hline 18.482 \end{array}$$

Altŭ esemplu.

```
116.23004
 78.34967
----------
 37.88037
```

Inmulţirea saŭ Multiplicaţiunea numerilorŭ ḑecimale.

Esercițiĭ mintalŭ pregătitorŭ.

$0.1 \times 0 = 0$
$0.2 \times 0 = 0$
$1.1 \times 0 = 0$
$9.9 \times 0 = 0$

$0.1 \times 1 = 0.1$
$1.1 \times 1 = 1.1$

$0.1 \times 2 = 0.2$
$0.1 \times 3 = 0.3$
$0.1 \times 9 = ?$

$1.1 \times 2 = 2.2$
$1.2 \times 2 = 2.4$
$2.3 \times 3 = 6.9$
$4.5 \times 4 = ?$

$1.1 \times 1 = 1.1$
$1.1 \times 2 = 2.2$
$5.1 \times 2 =$
$10.1 \times 2 =$

$0.1 \times 2 =$
$0.1 \times 3 =$
$0.1 \times 4 =$
$0.1 \times 7 =$
$0.01 \times 8 =$
$0.01 \times 7 =$
$0.001 \times 2 = 0.002$
$0.001 \times 7 =$
$0.1 \times 10 =$

$$3.02 \times 1 = 3.02$$
$$27.45 \times 1 = 27.45$$
$$135.004 \times 1 = 135.004$$

Regulă. *Dacă unulŭ din factorĭ este numĕrŭ ḑecimalŭ, şi celŭ l'altŭ este 1, atuncĭ produsulŭ va fi insuşĭ numĕrulŭ ḑecimalŭ, neschimbatŭ.*

Amŭ invĕţatŭ, că o cifră ḑecimală se măresce când o apropiemŭ de punctulŭ ḑecimalŭ, şi se micşuréză, când o depărtămŭ de acelŭ punctŭ; prin urmare, când mutămŭ punctulŭ spre *drépta*, numĕrulŭ ḑecimalŭ *se măresce*; fiind că are maĭ multĭ intregĭ, şi fiecare cifră ḑecimală se apropie de punct; ânsă când mutămŭ punctul spre *stînga*, numĕrulŭ ḑecimalŭ *se micşurează*, fiind că remâne maĭ puţinĭ intregĭ, şi fie-care cifră ḑecimală se depărtéză de virgula saŭ punctulŭ ḑecimalŭ.

10	se	scrie	cu	unŭ	zero	(0)
100	„	„	„	doĭ	„	(00)
1000	„	„	„	treĭ	„	(000)
10000	„	„	„	patru	„	(0000)
100000	„	„	„	cincĭ	„	(00000)
1000000	„	„	„	şase	„	(000000)

$$4.02 \times 10 = 40.2$$
$$3.005 \times 10 = 30.05$$

$$2.025 \times 100 = 202.5$$
$$7.307 \times 100 = 730.7$$
$$5.4 \times 100 = 540.$$

$$5.1034 \times 1000 = 5103.4$$
$$8.3469 \times 1000 = 8346.9$$
$$5.23 \times 1000 = 5230.$$

$$6.03645 \times 10000 = 60364.5$$
$$12.10057 \times 10000 = 121005.7$$
$$9.4 \times 10000 = 94000.$$

$$9.103245 \times 100000 = 910324.5$$
$$3.213041 \times 100000 = 321304.1$$
$$2.03 \times 100000 = 203000.$$

$$7.1204567 \times 1000000 = 7120456.7$$
$$2.0004752 \times 1000000 = 2000475.2$$
$$35.043 \times 1000000 = 35043000.$$

Regulă. *Ca să inmulţimŭ unŭ numĕrŭ ḑecimalŭ cu 10, cu 100, cu 1000, cu 10000,* *adică cu 1 urmatŭ de nule, mutămŭ virgula spre drépta cu atâtea trepte, câte nule sûnt după unu (1).*

Esercițiĭ.

$1.43 \times 2 = 2.86.$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2.86 \end{array}$$

$1.43 = 1. + \frac{4}{10} + \frac{3}{100}$

de 2 orĭ $\frac{3}{100} = \frac{6}{100}$

de 2 orĭ $\frac{4}{10} = \frac{8}{10}$

de 2 orĭ $1 = 2.$

$2 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100} = 2.86$ produsulŭ.

Deînmulțitulŭ 1.43 a avutŭ două cifre decimale, și produsulŭ are totŭ două cifre decimale.

$2.123 \times 3. = 6.369$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 6.369 \end{array}$$

$2.123 = 2 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000}$

$\frac{3}{1000} \times 3 = \frac{9}{1000}$

$\frac{2}{100} \times 3 = \frac{6}{100}$

$$\frac{1}{10}\times 3=\frac{3}{10}$$

$$6.+\frac{3}{10}+\frac{6}{100}+\frac{9}{1000}=6.369$$ produsulŭ.

Deînmulţitulŭ 2.123 a avutŭ treĭ ḑecimale, de aceea şi productulŭ are tot 3 ḑecimale.

$$1.67\times 2=3.34$$

$$\begin{array}{r} 1.67 \\ 2 \\ \hline 3.34 \end{array}$$

$$1.67=1.+\frac{6}{10}+\frac{7}{100}$$

$$\frac{7}{100}\times 2=\frac{14}{100}$$

$$\frac{6}{10}\times 2=\frac{12}{10}$$

$$1.\times 2=2.$$

însă $\frac{14}{100}=\frac{1}{10}+\frac{4}{100}$ scriemŭ 4 (sutimĭ) sub colóna sutimilorŭ, şi pe 1 ḑecime o adăugimŭ la cele $\frac{12}{10}$.

$$\frac{12}{10}+\frac{1}{10}=\frac{13}{10};$$ însă

$\frac{13}{10}=1.+\frac{3}{10}$. Scriemŭ pe 3 (ḑecimĭ) sub colóna ḑecimilorŭ, iar 1 (întregŭ) îlŭ adăogimŭ la 2 întregĭ.

2+2.=3; scriemŭ pe 3 sub întregĭ.

Vomŭ avea dar: 3.34 produsulŭ.

Deînmulţitulŭ a avutŭ 2 cifre ḑecimale; de aceea şi produsulŭ are totŭ 2 cifre ḑecimale.

Regulă. *Ca să înmulţimŭ unŭ numĕrŭ ḑecimalŭ cu unŭ numĕrŭ întregŭ, înmulţimŭ ca şi la numĕriĭ întregĭ, fără a ţine în samă punctulŭ ḑecimalŭ. La urmă, despărţimŭ din drépta productuluĭ atâtea cifre ḑecimale, câte cifre ḑecimale are factorulŭ ḑecimalŭ.*

Esemple.

$0.01 \times 2 = 0.02$

$$\begin{array}{r} 0.01 \\ 2 \\ \hline 0.02 \end{array}$$

$0.02 \times 9 = 0.18$

$$\begin{array}{r} 0.02 \\ 9 \\ \hline 0.18 \end{array}$$

$0.09 \times 9 = 0.81$

$$\begin{array}{r} 0.09 \\ 9 \\ \hline 0.81 \end{array}$$

$0.09 \times 11 = 0.99$

$$\begin{array}{rl} 0.09 & \\ 11 & \\ \hline 009 & \\ 009 & \\ \hline 00.99 & \text{productulŭ} \end{array}$$

$0.001 \times 23 = 0.023$

$$\begin{array}{rl} 0.001 & \\ 23 & \\ \hline 0003 & \\ 0002 & \\ \hline 00.023 & \text{productulŭ.} \end{array}$$

$0.0543 \times 29 = 1.5747$

$$\begin{array}{rl} 0.0543 & \\ 29 & \\ \hline 4887 & \\ 1086 & \\ \hline 1.5747 & \text{productulŭ} \end{array}$$

$0.031 \times 12 = 0.372$

$$\begin{array}{rl} 0.031 & \\ 12 & \\ \hline 0062 & \\ 0031 & \\ \hline 0.372 & \text{productulŭ.} \end{array}$$

Inmulţirea Numerilorŭ Ḑecimale prin Numere Ḑecimale.

Esercițiĭ.

1.1×1.1=1.21
1.1
11
11
1.21 productulŭ

2.1×1.2=2.52
1.2
42
21
2.52 productulŭ

0.07×0.11=0.0077
0.11
007
007
0.0077 productulŭ.

0.7×11=7.7
11
7.7 productulŭ.

0.03×390.4=11.712
0.03
11.712

0.0003×39.04=0.011712
3
0.10712 productulŭ

0.00011×33.04=0.0036344
11
3304
3304
0.0036344 productulŭ.

Regulă. *Când amândoĭ factoriĭ sûntŭ numere ḑecimale, atuncĭ inmulţimŭ ca şi la numeriĭ întregĭ, fără a ţine în sémă punctulŭ ḑecimalŭ; din drépta productuluĭ deosebimŭ prin punctŭ atâtea cifre ḑecimale, câte cifre ḑecimale sûnt la amândoĭ factoriĭ; şi dacă nu ne ajungŭ, îndeplinimŭ lipsurile prin nule. In loculŭ întregilorŭ asemenea punemŭ unŭ zero (0).*

20=2×10; 30=3×10; 40=4×10;
50=5×10; 60=6×10; 70=7×10;
80=8×10; 90=9×10; 100=10×10.

Numerile: 10, 20, 30, 40, 50, 80, 90, 100, etc. se numescŭ multipli de 10.

200=2×100; 300=3×100; 400=4×100;
500=5×100; 600=6×100; 700=7×100;
800=8×100; 900=9×100; 1000=10×100.

Numerele: 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, etc. se numescŭ multipli de 100.

2000=2×1000; 3000=3×1000; 4000=4×1000;
5000=5×1000; 6000=6×1000; 7000=7×1000;
8000=8×1000; 9000=9×1000; 10000=10×1000.

Numerile: 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000 se numescŭ multipli de 1000.

Regulă. *Ca să înmulţimŭ unŭ numérŭ decimalŭ cu unŭ multiplu de 10, de 100, de 1000, etc., înmulţimŭ numĕrulŭ decimalŭ cu cifra semnificativă, şi pe urmă productulŭ îlŭ înmulţimŭ cu 10, cu 100 orĭ cu 1000, mutândŭ virgula spre dreapta.*

Esemple.

$1.1 \times 20 = 22$
$\underline{\ \ 2\ \ }$
$2.2 \times 10 = 22$ productulŭ

$1.2 \times 40 = 48$
$\underline{\ \ 4\ \ }$
$4.8 \times 10 = 48$ productulŭ

$2.02 \times 20 = 40.4$
$\underline{\ \ \ 2\ \ }$
$4.04 \times 10 = 40.4$ productulŭ

$2.003 \times 300 = 600.9$
$\underline{\ \ \ \ 3\ \ }$
$6.009 \times 100 = 600.9$ productulŭ

In asemenea cazurĭ putemŭ să înmulţimŭ întêiŭ cu 10, cu 100, cu 1000, etc., şi pe urmă înmulţimŭ cu cifra semnificativă.

Esemple.

0.003×2000=6.

0.003×1000=3, 3×2=6 productulŭ

30·3×20=606.

30.3×10=303, 303×2=
2
606 produtulŭ

1.1×9000=9900

1.1×1000=1100, 1100×9=
9
9900 productulŭ

0.00001×700=0.007

0.00001×100=0.001, 0·001×7=0.007 productulŭ

$$0.00002 \times 23000 = 0.46$$

$$0.00002 \times 1000 = 0.02, \quad 0.02 \times 23 =$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \hline 006 \\ 004 \\ \hline 0.46 \end{array} \text{ productulŭ}$$

$$15.032 \times 32000 = 471024$$

$$15.032 \times 1000 = 15032, \quad 15032 \times 32 =$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \hline 30064 \\ 45096 \\ \hline 481024 \end{array} \text{ productulŭ}$$

Regulă. *Când avemŭ de înmulţitŭ unŭ numĕrŭ zecimalŭ orĭ întregŭ prin 5, este bine şi uşorŭ, ca maĭ întâiŭ să înmulţimŭ cu 10, şi productulŭ să-lŭ împărţimŭ prin 2, adică să luămŭ jumătate din produsŭ, pentru că 5 este jumătate din 10.*

Esemple

$1.4 \times 5 = ?$ $1.4 \times 10 = 14$, $14 : 2 = 7$ productulŭ.
$2.04 \times 5 = ?$ $2.04 \times 10 = 20.4$, $20 : 2 = 10.2$ prod.
$30 \times 5 = ?$ $30 \times 10 = 300$, $300 : 2 = 150$ „
$64 \times 5 = ?$ $64 \times 10 = 640$, $640 : 2 = 320$ „
$85 \times 5 = ?$ $85 \times 10 = 850$, $850 : 2 = 425$ „

Regulă. *Când avemŭ de înmulţitŭ unŭ numĕrŭ cu 50, este maĭ lesne a-lŭ înmulţi cu 100 şĭ pe urmă a lua jumătate ($^1/_2$) din produsŭ; pentru că 50 este jumătatea luĭ 100.*

Esemple.

$12 \times 50 = ?\ 12 \times 100 = 1200,\ 1200 : 2 = 600$

$$14 \times 50 = \frac{14 \times 100}{2} = \frac{1400}{2} = 700$$

$$24 \times 50 = \frac{24 \times 100}{2} = \frac{2400}{2} = 1200$$

$$37 \times 50 = \frac{37 \times 100}{2} = \frac{3700}{2} = 1850$$

$$4.08 \times 50 = \frac{4.08 \times 100}{2} = \frac{408}{2} = 204$$

$$2.002 \times 50 = \frac{2.002 \times 100}{2} = \frac{200.2}{2} = 100.1$$

Fiind-că 500 este $\frac{1}{2}$ din o mie, de aceea, ca să înmulţimŭ unŭ numĕrŭ cu 500, este maĭ lesne a-lŭ înmulţi întêiŭ cu 1000, şi a împărţi productulŭ prin 2.

Fiind-că 25 este $\frac{1}{4}$ din 100, de aceea, ca să înmulţimŭ orĭ ce numĕrŭ cu 25, este maĭ lesne a-lŭ înmulţi întêiŭ cu 100, şi pe urmă a lua a 4-a parte din produsŭ, împărţindu-lŭ prin 4.

Esemple.

$18\times25=(18\times100):4=1800:4=450$ productulŭ.

$22\times25=\frac{22\times100}{4}=2200:4=550$ productulŭ.

$28\times25=700$

$30\times25=750$

. . . . . $\times$ 250 ?

$$250=\frac{1000}{4}$$

Regulă. *Ca să înmulţimŭ unŭ numĕrŭ cu 250, este maĭ lesne a-lŭ înmulţi întêiŭ cu 1000, şi a împărţi productulŭ prin 4, fiind-că 250 este a 4-a parte din 1000.*

Esemple.

$6\times250=\frac{6\times1000}{4}=6000:4=1500$ productulŭ

$9\times250=\frac{9\times1000}{4}=9000:4=2250$ productulŭ.

$$. \quad . \quad , \times 125?$$

$$125 = \frac{1000}{8} = 1000 : 8 = 125$$

Regulă. *Ca să înmulţimŭ unŭ numĕrŭ cu 125, este maĭ bine a-lŭ inmulţi întêiŭ cu 1000, şi a impărţi productulŭ prin 8, fiind-că 125 este a 8-a parte din 1000.*

Esemple.

$$4 \times 125 = \frac{4 \times 1000}{8} = 4000 : 8 = 500$$ *productulŭ*

$$8 \times 125 = \frac{8 \times 1000}{8} = 8000 : 8 = 1000$$ *productulŭ*

$$11 \times 125 = \frac{11 \times 1000}{8} = 11000 : 8 = 1375$$ *productulŭ*

$$16 \times 125 = \frac{16 \times 1000}{8} = 16000 : 8 = 2000$$ *productulŭ*

$$32 \times 125 = \frac{32 \times 1000}{8} = 32000 : 8 = 4000$$ *productulŭ*

etc. etc. etc.

Impărţirea (Divişiunea) Decimalelorŭ.

Esercițiŭ mintalŭ

0.2 : 2=0.1	0.4 .4=0.1
2.2 : 2=1.1	0.8 .4=0.2
2.4 : 2=1.2	4.8 .2=2.4
4.2 : 2=2.1	4.8 .4=1.2

4.4 : 2=2.2	4.28 : .4=1.7
4.4 : 4=1.1	7.28 : .7=1.4
10.2 : 2=5.1	0.28 : .7=0.4
10.5 : 5=2.1	8.064 : ,8=1.008

Impărţirea unuĭ numĕrŭ Ḑecimalŭ prin unŭ numĕrŭ întregŭ.

Esercițiĭ.

10.2 : 2=5.1

11.2 : 2=5.6
10
 12

12.2 : 2=6.1

12.3 : 3=4.1

13.4 : 2=6.1
12
 14
 14

15.6 : 2=7.8
14
 16

20.8 : 4 =5.2
20

35.08 : 4=8.77
32
 30
 28
 28

20.5 : 4=5.125
20
 5
 4
 10
 8
 20
 20

Regulă. *Ca să impărţimŭ unŭ numĕrŭ ḑecimalŭ cu unŭ numĕrŭ întregŭ, impărţimŭ intregiĭ, şi ni iesŭ intregĭ; apoĭ, punemŭ la câtŭ* **punctulŭ ḑecimal**; *scoborîmŭ întêia cifră ḑecimală (lângă restulŭ de intregĭ, dacă este), urmămŭ cu impărţirea innainte, până în capătŭ, şi ni iesŭ cifre ḑecimale.*

Esemple.

```
37.248 : 24 = 1.552   Câtulŭ
24
---
132
120
---
 124
 120
 ---
   48
   48
```


Altŭ esemplu.

```
3.084 : 6 = 0.514
30
--
 8
 6
--
 24
 24
```

După ce amŭ scoborîtŭ tóte ḑecimalele, ma remênendŭ unŭ restŭ, dacă voimŭ să împărţimŭ maĭ departe, adăogimŭ câte o nulă (0), şi împărţim înnainte, câtŭ voimŭ.

De es.

```
37.245 : 24=1.551875
24
---
132
120
---
 124
 120
 ---
  45
  24
  ---
   210
   192
   ---
    180
    168
    ---
    120
    120
```


Esemplu.

```
321·45 : 21·43=15 întregĭ
214·3
-----
 10715
 10715
-----
```

In acestŭ esemplu amândoĭ terminiĭ: şi *deîmpărţitulŭ* (dividendului) şi *împărţitorulŭ* (divid̦orul) sûnt *numere d̦ecimale*, şi amândoĭ aŭ *totŭ câte* *atâtea cifre ḑecimale*; de aceea amŭ împărţitŭ ca la numerile întregĭ, fără a lua în sémă *punctulŭ ḑecimalŭ*.

Altŭ esemplu:

```
337.32 : 21.43=15·7405
214 3
------
123 02
107 15
------
 15870
 15001
---------
   8690
   8572
---------
   11800
   10715
---------
    1085
  etc. etc.
```


In acestŭ esemplu vedemŭ, că dacă am împărţitŭ ca la numerile întregĭ, fără a lua în sémă punctulŭ ḑecimalŭ, ni-aŭ ĭeşitŭ la *Câtŭ* 15 întregĭ, şi ni-aŭ maĭ remasŭ restulŭ 1587. La acestŭ restŭ amŭ adăugitŭ unŭ zero (0), şi-amŭ căpătatŭ cifra ḑecimală 7. La restulŭ alŭ 2-lea amŭ adăugitŭ ĭarăşĭ unŭ zero (0), şi-amŭ căpătatŭ cifra ḑecimală 4; şi totŭ aşa amŭ adăugitŭ la fie-care restŭ câte unŭ zero.

La câtŭ avemŭ 4 cifre ḑecimale, pentru că amŭ adăugitŭ de 4 orĭ câte unŭ zero; dacă mergemŭ cu împărţirea maĭ departe, căpătămŭ maĭ multe cifre decimale.

Regulă. *Dacă amândoĭ terminiĭ împărţiriĭ aŭ tot câte atâtea cifre decimale, atuncĭ împărţimŭ ca la numerele întregĭ, fără a lua în sémă punctulŭ decimalŭ. Câtulŭ, ce iese, va fi întregĭ, de aceea punemŭ îndată punctulŭ decimalŭ, şi dacă este vre-unŭ restŭ, împărţimŭ maĭ departe, adăugindŭ la fie-care restŭ câte unŭ zero (0); cifrele, carĭ ĭesŭ la câtŭ, se numescŭ cifre decimale.*

Esemplu.

```
 42·003 : 3·2=13·12
 100
   40
    83
    19
```

In acestŭ esemplu *deîmpărţitulŭ* are treĭ cifre decimale (·003); iar *împărţitorulŭ* are numaĭ una (·2); vedemŭ darŭ că *deîmpărţitulŭ* intrece pe *împărţitorŭ* cu două cifre decimale; de aceea amŭ deosebitŭ dela dré ta *câtuluĭ două cifre decimale.*

Regulă. *Dacă deîmpărţitulŭ are maĭ multe cifre ḑecimale, decâtŭ împărţitorulŭ, împărţimŭ totŭ ca la numerele întregĭ, fără a lua în sémă punctulŭ ḑecimalŭ; însă din drépta câtuluĭ, deosebimŭ prin unŭ punctŭ atâtea cifre ḑecimale, cu câte deîmpărţitulŭ întrece pe împărţitorŭ.*

Când *deîmpărţitulŭ* are maĭ multe cifre ḑecimale, decâtŭ *împărţitorulŭ*, se maĭ póte lucra şi în altŭ chipŭ: adăugîndŭ la drépta împărţitoruluĭ atâtea nule, câte trebuescŭ pentru ca să aibă amândoĭ terminiĭ acelaşŭ numĕrŭ de cifre ḑecimale, şi pe urmă împărţimŭ după regula învĕţată maĭ dinnainte.

Esemplu.

34· 25 : 1·4567=

34·2500 : 1·4567=23·51 . . . .
29 134
———
51160
43701
———
74590
72835
———
17550
etc. etc.

In acestŭ esemplu, *deîmpărţitulŭ a avutŭ maĭ puţine cifre decimale, decâtŭ împărţitorulŭ*, de aceea amŭ adăugitŭ la drépta deîmpărţituluĭ atâtea nule, câte aŭ trebuitŭ, pentru ca amîndoĭ terminiĭ să aibă tot câte atâtea cifre decimale, şi pe urmă amŭ împărţitŭ după regula sciută maĭ dinnainte.

Altŭ esemplu:

```
9 : 3·025=
9·000 : 3·025=2·975
6 050
-----
 29500
 27225
 -----
  22750
  21175
  -----
   15750
   15125
   -----
     6250
    etc. etc.
```


In acestŭ esemplu deîmpărţitulŭ era unŭ numĕrŭ întregŭ (9), adică n'avea cifre decimale; de aceea am adăugitŭ ca decimale treĭ nule la drépta deimpărţituluĭ, ca să aibă amândoĭ terminiĭ totŭ câte atătea cifre decimale, şi pe urmă amŭ împărţitŭ după regula sciută de maĭ înnainte.

Regulă. *Dacă deîmpărțitulŭ este unŭ numĕrŭ întregŭ, fără cifre decimale orĭ dacă deîmpărțitulŭ are maĭ puține cifre decimale decâtŭ împărțitorulŭ, atuncĭ adăugimŭ la deîmpărțitŭ nule, ca să aĭbă totŭ atâtea cifre decimale și deîmpărțitulŭ și împărțitorulŭ.*

Esemplu

```
3·     : 2·13=
 3·00  : 2·13=14084
 2 13
 ----
   870
   852
   ----
    1800
    1704
    ----
     9600
      852
     ----
      1080
     etc. etc.
```

Alte esemple:

```
34·25     : 1·4567=
34·2500   : 1·4567=23·5 . . . .
29 134
------
 51160
 43701
 -----
  74590
  72835
  -----
   1755
  etc. etc.
```

```
1  : 2=0·5
10
10
```

```
2  : 5=0·4
20
20
```

```
3  : 7=0·42857
30
28
 20
 14
  60
  56
   40
   35
    50
    49
     1
etc. etc.
```

```
3·14:8·12=0·386
3·140
2436
 7040
 6496
  5440
  4872
   568
    etc. etc.
```


Regulă. *Dacă deîmpărţitulŭ este maĭ micŭ, decâtŭ împărţitorulŭ, atuncĭ punemŭ la câtŭ zero (0) pentru întregĭ; după acésta punêndŭ punctulŭ ḑecimalŭ, adăugimŭ zero la deimpărţitŭ, şi împărţimŭ totŭ înnainte, după regulele sciute.*

$20 = 2 \times 10$ adică 20 este multiplu de 10
$40 = 4 \times 10$ adică 40 este multiplu de 10
$80 = 8 \times 10$ adică 80 este multiplu de 10
$90 = 9 \times 10$ adică 90 este multiplu de 10

$200 = 2 \times 100$ adică 200 este multiplu de 100
$500 = 5 \times 100$ adică 500 este multiplu de 100
$400 = 4 \times 100$ adică 400 este multiplu de 100
$900 = 9 \times 100$ adică 900 este multiplu de 100
$6000 = 6 \times 1000$ adică 6000 este multiplu de 1000
$8000 = 8 \times 1000$ adică 8000 este multiplu de 1000

$2{\cdot}01 : 20 = ?$

$$
\begin{array}{l}
0{\cdot}201 : 2 = 0{\cdot}1005 \\
\phantom{0{\cdot}}2 \\
\hline
\phantom{0{\cdot}}010 \\
\phantom{0{\cdot}0}10 \\
\hline
\end{array}
$$

$32{\cdot}01 : 200 = ?$

$$
\begin{array}{l}
0{\cdot}3201 : 2 = 0{\cdot}16005 \\
\phantom{0{\cdot}}2 \\
\hline
\phantom{0{\cdot}}12 \\
\phantom{0{\cdot}}12 \\
\hline
\phantom{0{\cdot}3}010 \\
\phantom{0{\cdot}30}10 \\
\hline
\end{array}
$$

32·01 : 2000 = ?

0·03201 : 2 = 0·016005
2
———
12
12
———
010
10
———

———

Regulă. *Ca să împărţimŭ unŭ numĕrŭ întregŭ orĭ ḑecimalŭ prin unŭ multiplu de 10, de 100 de 1000, etc., este maĭ uşorŭ, să-lŭ împărţimŭ, întêĭŭ prin 10, prin 100, prin 1000 etc., mutândŭ punctulŭ ḑecimalŭ spre stînga, şi în urmă să-lŭ împărţimŭ prin cifra cu valóre.*

D. es. 4·02 : 2000 = ?

Maĭ întêĭŭ împărţimŭ pe 4·02 prin 1000, mutândŭ punctulŭ cu 3 trepte spre stînga, aşa: 0·00402, pe urmă împărţimŭ cu cifra de valóre 2, aşa: 0·00402 : 2 = 0·00201.

In socotelele din viaţa de toate ḑilele, de multe orĭ ne mulţămimŭ cu două orĭ celŭ multŭ 3 cifre ḑecimale; de aceea trebue să ţinemŭ minte, că, dacă voimŭ să întrerupemŭ operaţiunea, şi să ne mulţumimŭ cu câte-va cifre ḑecimale, *lăsămŭ restulŭ, şi mărimŭ cu 1 cea din urmă cifră ḑecimală dela câtŭ.*

De es. 47·13 : 25·08=1·8792

```
47·13 : 25·08=1·8792
25 08
------
22 050
20 064
------
 1 9860
 1 7556
 ------
  23040
  22572
  -----
   4680
```

In acestŭ esemplu 2508 în deîmpărţitulŭ 4680 se cuprindea numaĭ o dată (1); însă fiind că ne amŭ mulţumitŭ numaĭ cu 4 cifre ḑecimale la câtŭ, amŭ întreruptŭ operaţiunea, de aceea fiind că amŭ lăsatŭ numĕrulŭ 4680, amŭ măritŭ cea din urmă cifră ḑecimală a câtuluĭ cu una, şi amŭ ḑisŭ, că 2508 în 4680 se cuprinde de 2 orĭ, în locŭ de o dată (1).

Probleme.

? Pe 23 metri şi 5 centimetri stofă de haine amŭ plătitŭ 1907 leĭ şi 25 miimĭ; să se afle câtŭ mă costă unŭ metru de stofă?

Aşezareá problemeĭ

$$\overset{\text{leĭ}}{1907\cdot025} : \overset{\text{m,}}{23\cdot5} = ?$$

? Treĭ prietinĭ aŭ cumpĕratŭ o bucată de stofă lungă de 39 metri 75 centimetri; câte câţĭ metri de stofă se cuvine fie-căruia?

$$\overset{\text{m}}{39\cdot75} : 3 = ?$$

? Nisce ómenĭ aŭ câştigatŭ 1862 leĭ 50 banĭ în 50 ḑile; câte câţĭ leĭ aŭ câştigatŭ eĭ pe fie-care ḑi?

? Cu 82 leĭ amŭ cumpĕratŭ 40 chilograme şi 15 sutimĭ peşte; să se afle, câtŭ costă chilogramulŭ de peşte.

Probleme compuse.

Treĭ negustorĭ voindŭ a fi tovarăşĭ, au pusŭ fie-care baniĭ, ce aveaŭ, ca să facă negoţŭ.

Celŭ I iŭ a pusŭ 1235 leĭ 25 banĭ
„ II-lea a pusŭ 3628 leĭ 14 „
„ III-lea a pusŭ 2615 leĭ 10 „

după ce-aŭ pusŭ toţĭ baniĭ la unŭ locŭ, aŭ cumpăratŭ 9250 chilagrame zăhar, câte 70 banĭ chilogramulŭ, 435 chilograme peşte, câte 1 leu 15 banĭ chilogramulŭ, şi 23002chilograme brînză, câte 1 leŭ 5 banĭ chilogramulŭ.

Să se sfle, căţĭ leĭ aŭ avutŭ toţĭ la un locŭ, câţĭ aŭ datŭ pe zăharŭ, câtŭ pe peşte, şi câtŭ pe brînză, câţĭ leĭ aŭ cheltuitŭ eĭ pe toată marfa, şi câţĭ leĭ maĭ aŭ.

? Patru ómenĭ aŭ pusŭ baniĭ lorŭ la unŭ locŭ, formândŭ unŭ capitalŭ de 25,360 leĭ 47 banĭ. Cu acestŭ capitalŭ eĭ au făcutŭ osebite negustoriĭ, şi după unŭ anŭ capitalulŭ lorŭ a crescutŭ la 29,872 leĭ 80 banĭ.

Să se afle, cîtŭ de mare este câştigulŭ, şi dacă se va împărţi acelŭ câştig în 4 părţĭ, câte câţĭ leĭ se va cuveni fie-căruĭa.

Diviḑibilitatea (impărţibilitatea).

Când unŭ numĕrŭ maĭ mare se poate împărţi prin altulŭ maĭ micŭ, fără să remână vre-unŭ restŭ, atuncĭ să ḑice că numĕrulŭ celŭ mare este *divișibilŭ* (impărțibilŭ) prin numĕrulŭ celŭ micŭ. De es. 6 se póte împărți esactŭ fără restŭ, prin 3; totŭ așa 8 se póte împărți esactŭ prin 2, prin 4, prin 8; de aceea ḑicemŭ, că 6 este divișibilŭ prin 3, și că 8 este divișibilŭ prin 2, prin 4, și prin 8.

Regulă. *Unŭ numĕrŭ este divișibilŭ prin altulŭ, cândŭ celŭ dintăiŭ se póte divide (împărți) esactŭ prin alŭ doilea.*

Divișibilitatea prin 2. Tóte numerile cu soțŭ saŭ păreche, adică tóte numerile, care aŭ ca unimĭ zero (0) orĭ o cifră, cu care însemnămŭ unŭ numĕrŭ păreche, (2, 4, 6, 8), sûntŭ divișibile prin 2. De es.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 . . . . . . 50, 52, 54 . . . . . 60, 62, 64 . . . . . . 150, 142, 138, 460, 426, etc. etc. etc.

Divișibilitatea prin 3. Sûnt divișibile prin 3 numerile acelea, a cărorŭ cifre adunîndu-se, ni daŭ o sumă, care se imparte esactŭ prin 3.

De es. 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 48, 123, 231 etc.

Vomŭ afla uşorŭ, dacă unŭ numĕrŭ este orĭ nu divișibilŭ prin 3, în modulŭ următorŭ:

De es. 12345678108.

Incepemŭ a aduna, şi dacă vomŭ găsi o sumă de 3 unităţĭ, orĭ unŭ multiplu de 3, o lăsămŭ; iar dacă vom găsi o sumă maĭ mare cu 1 orĭ 2 decît 3 unităţĭ, lăsămŭ pe 3, şi adunămŭ maĭ departe numaĭ pe acel 1 orĭ 2, astŭ-felĭŭ:

1+3=3, îlŭ lăsămŭ; pe 3 iarăşĭ îlŭ lăsămŭ; 4 cuprinde unu de 3 şi unu de unu (1), lăsămŭ pe 3, şi adunămŭ maĭ departe pe 1. 1+5 facŭ 6, în 6 sûntŭ doĭ de 3, de aceea lăsămŭ pe 6; pe 6 iarăşĭ îl lăsămŭ; 7 cuprinde doĭ de 3 şi unŭ 1, adunămŭ numaĭ pe 1; 1+8 fac 9, pe 9 îlŭ lăsămŭ, fiindŭ că cuprinde treĭ de 3; 1 şi 8 facŭ 9. 9 este cea din urmă sumă, ea se póte împărţi esact prin 3, prin urmare totŭ numĕrulŭ întregŭ este divișibilŭ prin 3.

Altŭ esemplu: 1333004443101

1+3=4	lăsămŭ	3	luămŭ	1
1+3=4	„	3	„	1
1+3=4	„	3	„	1
1+4=5	„	3	„	2
2+4=6	„	6	fiind-că cuprinde doĭ de 3.	
4=4	„	3	luămŭ	1
1+3=4	„	3	„	1
1+1=2				
2+1=3				

Treĭ este cea din urmă sumă; ea este divięibilă prin 3, prin urmare totŭ numĕrul este divięibilŭ prin 3.

Divięibilitatea prin 4. Unŭ numĕrŭ e divięibilŭ prin 4, când cele douĕ cifre de la urmă (unimile şi ȩecile, formează împreună unŭ numĕrŭ, care să se împartă esact prin 4, orĭ când are la urmă douĕ nule.

De es. 123,48, 123,44. 123,40, 1004, 1004, 10008, 300, 400, 123,88, 123,72, etc. etc. etc.

Divięibilitatea prin 5. Unŭ numĕrŭ este divięibilŭ prin 5, când are la urmă, la unimĭ, unŭ 5 orĭ o nulă (0).

De es. 1235, 1230, 255, 870, 34605 etc.

Divițibilitatea prin 6. Unŭ numĕrŭ este divițibilŭ prin 6, cînd este divițibilŭ prin 2 și prin 3; așa dar, ca să știmŭ, dacă unŭ numĕrŭ este divițibilŭ prin 6, videmŭ dacă este divițibilŭ prin 2; pe urmă videmŭ dacă acelŭ numĕrŭ este divițibilŭ și prin 3, și atuncĭ în locŭ să-lŭ dividemŭ prin 2 și prin 3, îlŭ dividemŭ de o dată prin 6.

De es. 234.

Acestŭ numĕrŭ (234) videmŭ că este divițibilŭ prin 2, fiind că este numĕr păreche.

2+3=5 lăsămŭ 3 luămŭ 2

2+4=6

Șese este cea din urmă sumă, divițibilă prin 3, prin urmare numĕrulŭ 234 este divițibilŭ și prin 3. Acestŭ numĕrŭ fiind divițibilŭ prin 2 și prin 3, este divițibilŭ prin 6.

Divițibilitatea prin 8. Unŭ numĕrŭ este divițibilŭ prin 8, când cele treĭ cifre de la urmă (unimile, țecile și sutele) formează împreună unŭ numĕrŭ, care să se pótă împărțì esact prin 8; sau cînd va avea la urmă treĭ nule.

De es. 1008, 13440, 25000, 3824 etc. etc.

Divițibilitatea prin 9. Un numĕrŭ e divițidibilŭ prin 9, când suma cifrelor sale e unŭ numĕrŭ divițibilŭ prin 9.

De es. 990009, 342153.

Se póte afla uşorŭ dacă unŭ numĕrŭ e divițibilŭ prin 9, făcêndŭ ca şi la divițibilitatea prin 3; adică când găsimŭ 9, îlŭ lăsămŭ, şi când trece peste 9, luămŭ numaĭ diferința.

De es. 88000768.

8+8=16	lăsămŭ	9	luămŭ	7
7+7=14	„	9	„	5
5+6=11	„	9	„	2
2+8=10	„	9	remâne	1

Ni dă la urmă restulŭ 1; prin urmare numĕrulŭ datŭ nu este divițibilŭ prin 9.

Altŭ esemplu: 926127.

Pe 9 ilŭ lăsămŭ.

2+6=8
8+1=9 ilŭ lăsămŭ.
2+7=8

9 este cea din urmă sumă; ea e divițibilă prin 9 prin urmare, numĕrulŭ datŭ este divițibilŭ prin 9.

Dividibilitatea prin 10 prin 100 prin 1000, etc. etc. Unŭ numĕrŭ este divi̦dibilŭ prin 10 când are la unimĭ unŭ zero.

De es. 240.

Unŭ numĕr este divi̦dibilŭ prin 100, când are la urmă (unimile şi ̦decile) două nule.

De es. 2400.

Unŭ numĕrŭ este divi̦dibilŭ prin 1000, când are la urmă (unimĭ, ̦decĭ şi sute) treĭ nule.

De es. 54000.

Unŭ numĕrŭ este divi̦dibilŭ prin 10,000 prin 100,000, prin 1,000,000, când are la urmă spre drépta 4, 5 saŭ 6 nule.

Ca să împărtimŭ unŭ numĕrŭ, care are nule la urmă, prin 10 prin 100 prin 1000, etc., lăsămŭ de la urma luĭ una, douĕ treĭ nule, adecă atâtea, câte sûnt la drépta divisoruluĭ.

Esemple.

84500 : 10=8450
84500 : 100=845

1200000 : 1000=1200
1200000 : 10000=120
1200000 : 100000=12
34000000 : 1000000=34

Divid̦orii.

Unŭ numĕrŭ, care împarte esact pe unŭ numĕrŭ maĭ mare, se numeşte Divid̦orulŭ numĕruluĭ celuĭ mare, ĭar numĕrulŭ celŭ mare se numeşte *Multiplulŭ* numĕruluĭ, care e divid̦orulŭ seŭ.

De es. 24 : 8.

8 împarte fără restŭ pe 24; de aceea 8 este divid̦orulŭ luĭ 24; iar 24 este multiplulŭ luĭ 8.

Dacă unŭ numĕrŭ se póte împărţi esactŭ prin maĭ multe numere, atuncĭ tóte numerile acele se numescŭ Divid̦oriĭ aceluĭ numĕrŭ.

De es. 24

Acestŭ numĕrŭ se póte împărţi esact prin 2, prin 3, prin 4, prin 6, prin 8, prin 12 şi prin 24; numerile 2, 3, 4, 6, 8, 12 şi 24 se numescŭ *divi̦dorii* luĭ 24, fiind că fie-care împarte esact pe acestŭ numĕrŭ.

18 se póte împărţi esact prin 2, prin 3, prin 6, prin 9 şi prin 18; de aceea tóte aceste numere sûnt divi̦dorii luĭ 18.

Celŭ maĭ mare divi̦dorŭ.

Numĕrulŭ 18 se póte impărţi fără restŭ prin 2, prin 3, prin 6, prin 9 şi prin 18; numerile 2, 3, 6 şi 9 sûntŭ divi̦dorĭ, iar 18 este cel maĭ mare divi̦dorŭ.

Numĕrulŭ 24. Se póte împărţi esactŭ prin 2, prin 3, prin 4, prin 6, prin 12 şi prin 24; din toţĭ aceştĭ divi̦dorĭ numĕrulŭ 24 este celŭ maĭ mare divi̦dorŭ.

Aflarea celuĭ maĭ mare divi̦dorŭ comunŭ a douĕ numere.

Ca să aflămŭ pe celŭ maĭ mare divi̦dorŭ comunŭ a douĕ numere, împărţimŭ numĕrulŭ celŭ mare prin celŭ micŭ, şi, dacă nu remâne nicĭ un rest, atuncĭ numĕrulŭ celŭ micŭ este celŭ maĭ mare divi̦dorŭ comunŭ alŭ acelorŭ douĕ numere date.

De es, 24, şi 12.

24 : 12=2
24
———

12 este *celŭ maĭ mare divi̦dorŭ comunŭ* alŭ numerelorŭ 12 şi 24, pentru că nu este altŭ numĕrŭ maĭ mare, decâtŭ dînsulŭ, care să împartă esactŭ şi pe 24 şi pe 12.

Fie: 240 şi 75

	3	5
240	75	15
225	75	
15		

Numĕrulŭ 15 este celŭ maĭ mare divi̦dorŭ comunŭ alŭ numerilorŭ date 240 şi 75; fiind-că 15 este divi̦dorulŭ celŭ maĭ mare, care póte să împartă esactŭ pe amândouă numerile date.

Ca să aflămŭ pe celŭ maĭ mare divi̦dorŭ comunŭ a două numere, împărţimŭ numĕrulŭ celŭ mare prin celu micŭ, şi dacă remâne unŭ restŭ, cu restulŭ întâiŭ împărţimŭ pe divi̦dorŭ, dacă ĭarăşĭ remâne restŭ, cu restulŭ alŭ 2-lea împărţimŭ pe restulŭ întâiŭ, şi aşa maĭ departe, până ce nu remâne nicĭ unŭ restŭ; celŭ din urmă divi̦dorŭ, care a împărţitŭ fără restŭ, va fi celŭ *maĭ mare divid̦orŭ comunŭ alŭ numerilorŭ date.*

Este bine să se scrie întêiŭ numerulŭ celŭ mare, în dreptulŭ luĭ să se tragă o linie orizontală; deasupra acesteĭ liniĭ să se scrie câturile, şi dedesubtulŭ eĭ să se scrie *divid̦oriĭ*, avêndŭ grijă, ca după fie-care împărţire făcută, să se tragă câte o linie verticală ca linie despărţitóre.

Fie: 314 şi 273

	1	6	1	1	1	13
314	273	41	27	14	13	1
273	246	27	14	13	13	
41	27	14	13	1		

Aicĭ singurulŭ divid̦orŭ comunŭ este 1, fiind că numaĭ 1 împarte esactŭ pe ambele numere; de aceea numerile 314 şi 273 se zicŭ prime între dînsele.

Simplificarea fracţiunilorŭ.

A simplifica o fracţiune, însemnéză a o face să aĭbă terminĭ maĭ micĭ, fără ca să-şĭ schimbe valórea.

Simplificarea uneĭ fracţiunĭ se face împărţind şi pe numĕrătorŭ şi pe numitorŭ totŭ cu acelaşŭ numĕrŭ; căcĭ noĭ scimŭ, că valórea fracţieĭ nu se schimbă, dacă împărţimŭ ambiĭ terminĭ totŭ cu acelaşŭ numĕrŭ.

De es. $\frac{24}{36}$

$$\frac{^{2}24}{36}=\frac{^{2}12}{18}=\frac{^{3}6}{9}=\frac{2}{3}$$

Vedemŭ că fracţiunea $\frac{24}{36}$ s'a simplificatŭ prin 2 apoĭ ĭarăşĭ prin 2, şi pe urmă prin 3, şi ne-a datŭ $\frac{2}{3}$, care nu se maĭ póte simplifica; fiind-că ambiĭ terminĭ 2 şi 3 sûnt primĭ între dînşiĭ. Fracţiunea $\frac{2}{3}$ are aceeaşŭ valóre, ca şi fracţiunea $\frac{24}{36}$, pentru că, împărţindŭ pe numĕrătoriŭ, am micşuratŭ valórea; iar împărţindŭ pe numitorŭ, amŭ mărítŭ valórea tot cu atîta, cu câtŭ o micşurasemŭ maĭ înnainte.

Dacă avemŭ o fracţiune cu terminĭ prea marĭ, se simplifică maĭ lesne, căutândŭ maĭ întêiŭ cel maĭ mare dividorŭ comunŭ dintre numĕrătorŭ şi numitorŭ, şi în urmă simplificând fracţiunea prin acelŭ numĕrŭ.

De es. $\frac{75}{240}$

	3	5
240	75	15
225	75	
15		

15 este celŭ maĭ mare divi̦dorŭ comunŭ alŭ terminilorŭ fracţiunii; cu acestŭ numĕrŭ o simplificămŭ:

$$\frac{^{15}75}{240} = \frac{5}{16}$$

Dacă se întîmplă că celŭ maĭ mare divi̦dorŭ comunŭ dintre numĕrătorŭ şi numitorŭ să fie (1), atuncĭ fracţiunea se numesce nereductibilă, adecă nu se póte reduce la o formă (expresiune) maĭ mică.

De es. $\frac{23}{27}$ este o fracţiune nereductibilă.

Reducerea fracţiunilorŭ la acelaşŭ numitorŭ.

După cum la adunarea şi scăderea numerilorŭ întregĭ nu s'a putută lucra, decâtŭ cu numere de acelaşŭ feliŭ, totŭ astŭ-feliŭ şi la fracţiunĭ avemŭ nevoe să le facemŭ să fie de acelaşŭ feliŭ, adecă tóte bucăţelele să aĭbă aceeaşĭ mărime; fiind-că numitorulŭ ni arată mărimea bucăţilorŭ de aceea, pentru ca tóte fracţiunile, cu cari lucrămŭ, să fie de acelaşŭ feliŭ, trebuie să facemŭ, ca tóte să aibă acelaşŭ numitorŭ.

Regulă. *Ca să reducemŭ doue orĭ maĭ multe fracțiunĭ la acelașŭ numitorŭ, înmulțimŭ pe rândŭ ambiĭ terminĭ aĭ fie-căreĭ fracțiunĭ cu productulŭ numitorilórŭ tuturorŭ celorŭ l-alte fracțiunĭ.*

De es. $$\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3} = \frac{4\times4\times3}{5\times4\times3}, \frac{3\times5\times3}{4\times5\times3}, \frac{2\times5\times4}{3\times5\times4} =$$
$$= \frac{48}{60}, \frac{45}{60}, \frac{40}{60}.$$

Dacă avemŭ fracțiunĭ cu terminĭ maĭ marĭ, este bine ca maĭ întêiŭ să le simplificămŭ pe tóte, și apoĭ să le reducemŭ la acelașŭ numitorŭ.

De es. $$\frac{{}^{6}12}{18}, \frac{{}^{5}15}{20}, \frac{{}^{5}40}{50} = \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{{}^{2}8}{10} = \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} =$$
$$= \frac{2\times4\times5}{3\times4\times5}, \frac{3\times3\times5}{4\times3\times5}, \frac{4\times3\times4}{5\times3\times4} = \frac{40}{60}, \frac{45}{60}, \frac{48}{60}.$$

Fracțiunile se maĭ potŭ reduce la acelașŭ numitorŭ, dacă înmulțimŭ numĕrătoriĭ fie-căreĭ fracțiunĭ cu toțĭ numitoriĭ celorŭ l-alte fracțiunĭ, afară de numitorulŭ sĕu; iar de numitorŭ comunŭ se dă produsulŭ tuturorŭ numitorilorŭ.

De es. $$\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{3}{4} = \frac{3\times7\times4,\ 2\times5\times4,\ 3\times5\times7}{5\times7\times4} =$$
$$= \frac{84,\ 40,\ 105}{140}.$$

Când avemŭ două fracțiunĭ cu numitoriĭ diferițĭ, și se întîmplă, ca numitorulŭ celŭ maĭ micŭ să fie divițorulŭ celuĭ maĭ mare, (saŭ că numitorulŭ celŭ maĭ mare este multiplulŭ celuĭ maĭ micŭ), atuncĭ numitorulŭ celŭ maĭ mare se póte lua ca celŭ maĭ mare numitorŭ comunŭ pentru amândouĕ fracțiunile. In asemenea cazŭ, fracțiunea cu numitorŭ mare remâne neschimbată; iar pentru fracțiunea a doua, ca s'o reducemŭ la acelașŭ numitorŭ, împărțimŭ pe numitorulŭ celŭ mare prin numitorulŭ celŭ micŭ, iar cu câtulŭ care iese, înmulțimŭ pe numerătorulŭ fracțiuniĭ celeĭ cu numitorulŭ micŭ.

De es. $\frac{3}{4}, \frac{5}{8} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2}, \frac{5}{8} = \frac{6}{8}, \frac{5}{8}.$

$$8 : 4 = 2$$

Adunarea fracțiunilorŭ.

Scimŭ, că nu putemŭ aduna cantitățĭ de deosebite felurĭ, de deosebite numirĭ. Așa dar nu putemŭ aduna două orĭ maĭ multe fracțiunĭ, decâtŭ atuncĭ, când ele sûntŭ de acelașŭ feliŭ, aŭ acelașŭ numitorŭ: adecă jumătățĭ cu jumătățĭ, treimĭ cu treimĭ, pătrimĭ cu pătrimĭ, și așà maĭ departe.

Când fracţiunile n'aŭ acelaşŭ numitorŭ, înnainte de a le aduna, trebuĭe să le reducemŭ la acelaşŭ numitorŭ, saŭ la unŭ numitorŭ comunŭ.

Fracţiunile care aŭ acelaşŭ numitorŭ se adună, dacă adunămŭ numaĭ numĕrătoriĭ, şi suma lorŭ va fi noulŭ numĕrătorŭ, adecă alŭ sumeĭ; acesteĭ sumĭ îĭ dămŭ ca numitorŭ pe numitorulŭ comunŭ.

De es. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$

$\frac{1}{2}+\frac{2}{2}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$

$\frac{3}{15}+\frac{8}{15}+\frac{4}{15}=\frac{15}{15}=1$

$\frac{1}{9}+\frac{3}{9}+\frac{2}{9}=\frac{6}{9}=\frac{^{3}6}{9}=\frac{2}{3}$

Dacă fracţiunile sûnt însoţite de întregĭ, atuncĭ adunămŭ întâiŭ fracţiunile, şi dacă fracţiunea care iese ca sumă, este supra-unitară, scótemŭ întregiĭ, şi îĭ adunămŭ cu ceĭ l-alţĭ întregĭ aĭ fracţiunilorŭ.

De es. $3^{4}|_{7}+5^{3}|_{7}+2^{5}|_{7}=11^{5}|_{7}$

$$\frac{4}{7}+\frac{3}{7}+\frac{5}{7}=\frac{12}{7}=12:7=1^{5}|_{7}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 7 \\ \hline 5 \end{array}$$

Să adunămŭ următórele fracţiunĭ:

$$\frac{4}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=$$

$$\frac{4\times3\times2\times5+2\times5\times2\times5+1\times5\times3\times5+2\times5\times3\times2}{5\times3\times2\times5}=$$

$$=\frac{120+100+75+60}{150}=\frac{355}{150}=$$

$$=355 : 150=2\frac{55}{150}=2\frac{11}{30}$$

$$\frac{3}{9}+\frac{1}{7}+\frac{4}{5}=? \quad \frac{7}{11}+\frac{3}{5}+\frac{2}{3}+\frac{4}{7}=? \quad \frac{3}{8}+\frac{2}{5}+\frac{1}{7}+\frac{5}{9}=?$$

$$15\frac{2}{7}+7\frac{5}{3}+8\frac{1}{2}=? \quad \frac{2}{7}+\frac{5}{3}+\frac{1}{2}=?$$

$$15+7+8+2=?$$

$$8\frac{1}{5}+3\frac{4}{7}+9\frac{7}{8}=?$$

$$13\frac{2}{5}+7\frac{2}{8}+6\frac{5}{7}=?$$

$$\frac{21}{70} + 1 + \frac{1}{6} + 2\frac{1}{6} + 40\frac{2}{5} = ?$$

$$1 + 2 + 40 + \frac{179}{210} = ?$$

$$\frac{21}{7} + \frac{3}{4} + 2\frac{5}{6} = ?$$

$$\frac{21}{7} = \frac{3}{1} = ?$$

$$3 + 2 + 1\frac{{}^{10}70}{120} = 3 + 2 + 1\frac{7}{12} = ?$$

$$\frac{21}{8} + \frac{3}{4} + 2\frac{5}{6} = ?$$

$$\frac{21}{8} + 2\frac{5}{8} = ?$$

$$2\frac{5}{8} + \frac{3}{4} + 2\frac{5}{6} = ?$$

Când avemŭ de adunatŭ numere micste, întregĭ cu fracţiunĭ, se póte face adunarea şi în altŭ chipŭ, şi anume: reducemŭ numerile micste în ecspresiunĭ fracţionare, pe urmă le aducemŭ la acelaşŭ numitorŭ, şi le adunămŭ,

De es. $2\frac{3}{4}+5\frac{1}{2}=\frac{11}{4}+\frac{11}{2}=\frac{22}{8}+\frac{44}{8}=\frac{66}{8}=$

$$=66 : 8=8\frac{2}{8}=8\frac{1}{4}$$
$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 2 \end{array}$$

Scăderea fracţiunilorŭ ordinare.

Fracţiunĭ cu acelaşŭ numitorŭ.

$$\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}=\frac{9}{9}=\frac{99}{99}=\frac{299}{299}=\frac{1000}{1000}= \text{ etc., etc.}$$

$\frac{2}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}-\frac{2}{2}=\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=\frac{2}{2}=1$	
$\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}-\frac{4}{3}=\frac{3}{3}=1$	$\frac{7}{3}-\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$
$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}-\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$	$\frac{4}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$

Regulă. *Ca să scădemŭ dintr'o fracțiune atâtea părțĭ de acelașŭ feliŭ, câte arată o altă fracțiune, scădemŭ* **numĕrătorulŭ scăḑătoruluĭ** *din* **numĕrătorulŭ descăḑutuluĭ**, *pe acestŭ restŭ îlŭ luămŭ ca numĕrătorŭ; iar de numitorŭ îĭ dămŭ pe* **numitorulŭ comunŭ.**

Fracțiunĭ care n'aŭ acelașŭ numitorŭ.

Regulă. *Dacă cele două fracțiunĭ (descăḑutulŭ și scăḑătorulŭ), nu sûntŭ de acelașŭ feliŭ, adică n'aŭ acelașŭ numitorŭ, atuncĭ întêiŭ le reducemŭ la acelașŭ numitorŭ, și apoĭ facemŭ scăderea.*

De es. $\frac{2}{7}-\frac{1}{8}=\frac{2\times8}{7\times8}-\frac{1\times7}{8\times7}=\frac{16}{56}-\frac{7}{56}=$

$$\frac{16-7}{56}=\frac{9}{56}.$$

$$\frac{2}{3}-\frac{1}{9}=\frac{2\times9}{3\times9}-\frac{1\times3}{9\times3}=\frac{18}{27}-\frac{3}{27}=\frac{18-3}{27}=\frac{{}^{3}15}{27}=\frac{5}{9}$$

Prin scădere se află, cu câtŭ o fracțiune este maĭ mare decâtŭ alta, adecă diferența intre două fracțiunĭ.

Regulă. *Când două fracțiunĭ n'au acelașŭ numitorŭ, ca să scimŭ, care din ele are valóre* *maĭ mare, le reducemŭ la acelaşŭ numitorŭ. Fracţiunea cu numĕrătorŭ maĭ mare va avea o valóre maĭ mare,*

De es. $\frac{3}{5}, \frac{9}{45} = \frac{3 \times 45}{5 \times 45}, \frac{9 \times 5}{45 \times 5} = \frac{135}{225}, \frac{45}{225}$

Videmŭ că fracţiunea $\frac{45}{225}$ care s'a făcut din $\frac{9}{45}$, are o valóre maĭ mică, decâtŭ $\frac{135}{225}$, care s'a făcut din fracţiunea $\frac{3}{5}$.

Cum se scade o fracţiune dintr'unŭ numĕrŭ întregŭ.

O fracţiune se póte scădea dintr'unŭ numĕrŭ întregŭ in treĭ felurĭ:

Regula I-ia. *Ca să scădemŭ o fracţiune dintr'unŭ numĕrŭ întregŭ, dămŭ intreguluĭ de numitorŭ unu (1), pe urmă reducemŭ fracţiunile la acelaşŭ numitorŭ, şi scădemŭ.*

De es. $3 - \frac{2}{5} = \frac{3}{1} - \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{1 \times 5} - \frac{2 \times 1}{5 \times 1} = \frac{15}{5} - \frac{2}{5} =$

$$\frac{13}{5} = 13 : 5 = 2\frac{3}{5}.$$

Regula a II-a *Ca să scădemŭ o fracţiune dintr'unŭ numĕrŭ întregŭ, maĭ întèiŭ reducemŭ întregulŭ în formă de fracţiune, înmulţindu-lŭ şi* *împărţindu-lŭ prin numitorulŭ fracţiunii scădĕtóre.*

De es.

$$3-\frac{2}{5}=\frac{3\times5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{15}{5}-\frac{2}{5}=\frac{13}{5}=13:5=2\frac{3}{5}$$

Regula a III-a. *Ca să scădemŭ o fracţiune dintr'unŭ numĕrŭ întregŭ, luămŭ o unitate (1) dela întregĭ, şi o reducemŭ în formă de fracţiune cu numitorulŭ ca şi al fracţiunii scĕzătóre, şi pe urmă facem scăderea.*

$$1=\frac{1\times5}{5}=$$ (unitatea redusă în formă de fracţie).

De es. $$3-\frac{2}{5}=2\frac{5}{5}-\frac{2}{5}=2\frac{3}{5}$$

La scădere ca şi la adunare, dacă amîndouĕ fracţiunile sûnt micste (întregĭ şi fracţiĭ), atuncĭ orĭ le reducemŭ în fracţiunĭ supraunitare, orĭ scădemŭ întĕiŭ fracţiunile, şi pe urmă întregiĭ, observândŭ ca fracţiunile să aĭbă acelaşŭ numitorŭ.

Regulă. *Dacă se întâmplă, ca fracţiunea scădĕtoare să fie maĭ mare, decâtŭ fracţiunea de-*

scădutuluĭ, atuncĭ luămŭ o unitate de la întregiĭ seĭ, o reducemŭ în formă de fracțiune cu numitorulŭ ca și alŭ descădutuluĭ, resultatulŭ îlŭ adunămŭ la fracțiunea descădută, și în urmă scădemŭ după regulă.

De es.

$$8\frac{1}{9}-\frac{3}{5}=8\frac{5}{45}-\frac{27}{45}=7\frac{50}{45}-\frac{27}{45}=7\frac{23}{45}$$

Esercițiĭ.

$7-\frac{8}{5}=?$

$6\frac{3}{4}-4\frac{1}{5}=?$

$9\frac{1}{7}-4\frac{5}{7}=?$

$10-7\frac{3}{4}=?$

$8\frac{2}{5}-5=?$

$\frac{7}{5}-\frac{3}{8}=?$

$\frac{24}{3}-5\frac{2}{3}=?$

$\frac{15}{7}-1\frac{5}{8}=?$

$\frac{7}{15}-\frac{9}{54}=?$

Probleme pentru scădere.

? O bucată de materie este lungă de 45 metri și $\frac{3}{7}$; dacă dintr'însa vom tăĭea 16 metri $\frac{19}{30}$, câțĭ metri vor maĭ remânea?

? O putină cu untŭ cântăresce 30 chilograme, însă goală cîntăresce numaĭ $8^1|_4$ chilograme. Să se afle cât untŭ încape într'însa.

? Unŭ omŭ avea într'o zi 350 leĭ şi $^3|_7$; el a cumpăratŭ maĭ multe lucrurĭ, şi a remasŭ numaĭ cu 56 leĭ $^7|_{12}$; să se afle câţĭ leĭ a cheltuitŭ.

? O carte conţine 180 de feţe; unŭ şcolarŭ a învĕţatŭ dintr'însa 27 feţe şi $^7|_8$. Să se afle, câte feţe maĭ are de învĕţatŭ până ce va termina (găti) tótă cartea.

? Unŭ băietŭ a mâncatŭ $^3|_4$ dintr'o pâne, altulŭ a mâncatŭ $^2|_{10}$ din aceeaşĭ pâne. Să se afle care a mâncatŭ maĭ multŭ, celŭ întăiŭ orĭ celŭ alŭ doilea?

Inmulţirea fracţiunilorŭ ordinare.

Eserciţiĭ pregătitóre.

$1\times1=1$	$1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	$1\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$
$1\times2=2$	$1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$	$1\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}$
$1\times3=3$		

$\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$	$\frac{2}{4}\times3=\frac{6}{4}$
$\frac{1}{2}\times4=\frac{4}{2}$	$\frac{2}{5}\times4=\frac{8}{5}$
$\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$	$\frac{7}{8}\times2=\frac{14}{8}$
$\frac{1}{3}\times3=\frac{3}{3}$	

Regulă. *O fracţiune se înmulţesce cu unŭ numĕrŭ întregŭ, dacă înmulţimŭ pe numĕrătorŭ cu acelŭ numĕrŭ întregŭ, iar numitorulŭ remâne totŭ acelaşŭ.*

De es. $\frac{4}{7}\times9=\frac{4\times9}{7}=\frac{36}{7}=36:7=5\frac{1}{7}$

Esemple.

$$9\times\frac{3}{5}=\frac{9\times3}{5}=\frac{27}{5}=27:5=5\frac{2}{5}.$$

Aicĭ amŭ avutŭ de înmulţitŭ unŭ numĕrŭ întregŭ cu o fracţiune. Amŭ înmulţitŭ întregulŭ 9 cu numĕrătorulŭ 3, şi productuluĭ 27 i-amŭ datŭ de numitorŭ pe numitorulŭ fracţiuniĭ, 5.

Regulă. *Unŭ numĕrŭ întregŭ se înmulţesce cu o fracţiune, dacă îlŭ înmulţimŭ cu numĕrătorulŭ aceleĭ fracţiunĭ; ĭar productuluĭ îĭ dămŭ ca numitorŭ pe numitorulŭ fracţiuniĭ înmulţitóre.*

De es. $31 \times \frac{2}{7} = \frac{62}{7} = 62 : 7 = 8\frac{6}{7}$

$$1\frac{1}{2} \times 2 = \frac{3}{2} \times 2 = \frac{6}{2} = 6 : 2 = 3$$

In acestŭ esemplu factorulŭ $1\frac{1}{2}$ este numĕrŭ micstŭ, de aceea maĭ întâiŭ l'amŭ redus in fracţiune *supra-unitară*, şi pe urmă amŭ inmulţitŭ fracţiunea cu intregulŭ 2.

Regulă. *Dacă unulŭ din factorĭ este numĕrŭ micstŭ, atuncĭ mai întêiŭ transformămŭ numĕrulŭ micst in espresiune fracţionară, şi in urmă facemŭ înmulţirea.*

De esemplu:

$$9\frac{7}{5} \times 4 = \frac{52}{5} \times 4 = \frac{52 \times 4}{5} = \frac{208}{5} = 208 : 5 = 41\frac{3}{5}$$

Deprinderi.

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$	$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$
$\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$	$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$	$\frac{3}{7} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{56}$

Regulă. *Fracţiunile se inmulţescŭ dacă inmulţim numerătoriĭ, punêndŭ produsulŭ ca numĕrătorŭ, pe urmă inmulţindŭ şi pe numitorĭ, punêndŭ produsulŭ ca numitorŭ.*

Esemple.

$$\frac{5}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{5\times3}{7\times4}=\frac{15}{28}$$

$$\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{3\times2\times1}{5\times7\times1}=\frac{6\times1}{35\times2}=\frac{6}{70}$$

$$\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{5\times3\times1\times3\times4\times2}{8\times7\times2\times4\times5\times3}=$$

$$=\frac{15\times1\times3\times4\times2}{56\times2\times4\times5\times3}=\frac{15\times3\times4\times2}{112\times4\times5\times3}=\frac{45\times4\times2}{448\times5\times3}=$$

$$=\frac{180\times2}{2240\times3}=\frac{360}{6720}$$

Dacă unulŭ orĭ toţĭ factoriĭ sûntŭ numere micste, atuncĭ le reducemŭ maĭ întâiŭ în fracţiunĭ supra-unitare, şi apoĭ îmulţimŭ fracţiunile după regulă.

$$3\frac{1}{5} \times 8\frac{2}{7} = \frac{16}{5} \times \frac{58}{7} = \frac{16 \times 58}{5 \times 7} = \frac{928}{35} =$$

$$= 928 : 35 = 26\frac{18}{35}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ \hline 228 \\ 210 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$4\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{2} \times 5\frac{3}{4} = \frac{14}{3} \times \frac{5}{2} \times \frac{23}{4} = \frac{14 \times 5 \times 23}{3 \times 2 \times 4} = \frac{70 \times 23}{6 \times 4} =$$

$$= 1610 : 24 = 67\frac{2}{24}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \hline 170 \\ 168 \\ \hline 2 \end{array}$$

Un numĕrŭ micstŭ se póte înmulţi cu unŭ numĕrŭ întregŭ şi altŭ-feliŭ, adică fără a maĭ reduce pe numĕrulŭ micstŭ în fracţiune supra-unitară, şi iată cum: Inmulţim întêiŭ cu numĕrulŭ întregŭ pe întregii numĕruluĭ mcsit, pe urmă înmulţimŭ fracţiunea, şi în urmă adunămŭ aceste două produse într'unulŭ.

De es.

$$3\frac{2}{5} \times 6 = 3 \times 6 + \left(\frac{2}{5} \times 6\right) = 18 + \frac{12}{5} = 20\frac{2}{5}$$

In acestŭ esemplu aŭ ieşitŭ 20 întregĭ şi $\frac{2}{5}$ fiind-că fracţiunea $\frac{12}{5}$ este supra-unitară, din ea aŭ ieşitŭ 2 întregĭ, şi cu ceĭ 18 facŭ 20.

Când avemŭ de înmulţitŭ o fracţiune cu unŭ numĕrŭ întregŭ egalŭ cu numitorulŭ eĭ, atuncĭ nu maĭ înmulţimŭ, ci punemŭ pe numĕrătorŭ ca produsŭ.

De es. $\frac{5}{6}\times 6=5 \;\Big|\; \frac{7}{8}\times 8=7 \;\Big|\; \frac{31}{24}\times 24=31$

In aceste esemple se lucréză aşa, fiind că numĕrătorulŭ, dacă se împărţesce şi se înmulţesce totŭ cu acelŭ numĕrŭ, este ca şi cînd nu l'amŭ înmulţi, nicĭ nu l'amŭ împărţi; şi dar elŭ devine numĕrŭ întregŭ.

Dacă schimbămŭ terminiĭ uneĭ fracţiunĭ, adică pe *numĕrătorŭ* îlŭ facemŭ *numitorŭ*, şi pe numitorŭ numĕrătorŭ, sau adică *resturnămŭ* fracţiunea, atuncĭ fracţiunea a doua se numesce *inversulŭ* fracţiuniĭ intêiŭ.

De es. $\frac{4}{5}$, inversulŭ este $\frac{5}{4}$.

Când înmulţimŭ o fracţiune cu inversulŭ eĭ, căpătămŭ ca productŭ unŭ (1).

De es. $\frac{4}{5}\times\frac{5}{4}=\frac{20}{20}=20 : 20=1.$

Probleme pentru inmulţirea fracţiunilor.

? Cineva a cumpĕratŭ 15 $\frac{3}{5}$ metri de materie, câte 7 leĭ metrulŭ; să se afle câtŭ vorŭ costa 15 $\frac{3}{8}$ metri.

? Un omŭ bogatŭ a împărţitŭ banĭ la 320 de sĕracĭ, dândŭ fie-căruia câte $\frac{5}{8}$ din leŭ; să se afle, câţĭ leĭ a datŭ la ceĭ 320 sĕracĭ.

? Unŭ şcolarŭ într'o ḑi póte învĕţa 7$\frac{3}{5}$ feţe saŭ paginĭ dintr'o carte; să se afle, în 30 ḑile câte feţe va putea elŭ învĕţa.

Impărţirea fracţiunilorŭ ordinare.

Regulă. *Ca să împărţim o fracţiune prin altă fracţiune, împărţimŭ pe numĕrătorulŭ deîmpărţituluĭ prin numĕrătorulŭ împărţitoruluĭ punĕndŭ câtulŭ ca numĕrătorŭ; pe urmă, împărţimŭ* *pe numitorulŭ deimpărţitului prin numitorulŭ împărţitorului, punênd câtulŭ ca numitorŭ; şi fracţiunea căpătată va fi câtulŭ împărţirii celorŭ doue fracţiunĭ.*

De es. $\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{8 : 4}{15 : 5} = \frac{2}{3}$ câtulŭ.

Dacă numĕrătorii orĭ numitorii nu se potŭ împărţi esactŭ, fără restŭ, atuncĭ înmulţimŭ pe fracţiunea deimpărţită prin inversulŭ fracţiunii împărţitóre, adecă cu fracţiunea împărţitóre resturnată.

De es.

$$\frac{7}{12} : \frac{3}{4} = \frac{7}{12} \times \frac{4}{3} = \frac{7 \times 4}{12 \times 3} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9} \text{ câtulŭ}$$

Regulă. *Ca să împărţimŭ o fracţiune cu unŭ numĕrŭ întreg, orĭ împărţimŭ pe numĕrătorŭ, lăsândŭ pe numitorŭ neschimbatŭ.*

De es. $\frac{8}{7} : 4 = \frac{8 : 4}{7} = \frac{2}{7}$ câtulŭ.

Orĭ, dacă numĕrătorulŭ nu se împarte esactŭ, înmulţimŭ pe numitorŭ cu întregulŭ, lăsândŭ pe numĕrătorŭ neschimbatŭ.

De es. $\frac{7}{9} : 4 = \frac{7}{9 \times 4} = \frac{7}{36}$ câtulŭ.

Orĭ în fine dămŭ întreguluĭ pe 1 ca numitorŭ, şi împărţimŭ fracţiile după regulă.

De es.

$\frac{7}{8} : 3 = \frac{7}{8} : \frac{3}{1} = \frac{7}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{7 \times 1}{8 \times 3} = \frac{7}{24}$ câtulŭ.

Regulă. *Când avemŭ de împărţitŭ un numĕrŭ întregŭ printr'o fracţiune, atuncĭ orĭ dămŭ întreguluĭ pe 1 ca numitorŭ, şi împărţimŭ după regulă, orĭ inmulţimŭ întregulŭ cu inversul fracţiuniĭ.*

De es.

$5 : \frac{3}{4} = \frac{5}{1} : \frac{3}{4} = \frac{5}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3} = 20 : 3 = 6\frac{2}{3}$ câtulŭ.

orĭ: $5 : \frac{3}{4} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{3} = \frac{20}{3} = 20 : 3 = 6\frac{2}{3}$ câtulŭ.

Regulă. *Dacă unulŭ saŭ amândoĭ terminiĭ* *împărțirii sûntŭ numere micste, atuncĭ reducemŭ maĭ întăiŭ numerile micste în fracțiunĭ supra-unitare, și pe urmă împărțimŭ după regulă.*

De es. $12\frac{3}{5}:7\frac{4}{7}=\frac{63}{5}:\frac{53}{7}=\frac{63}{5}\times\frac{7}{53}=\frac{63\times 7}{5\times 53}=$

$$=\frac{441}{265}=441 : 265=1\frac{176}{265}$$

$$\begin{array}{r} 265 \\ \hline 176 \end{array}$$

Transformarea fracțiunilorŭ ordinare în decimale.

Scimŭ, că fracțiunea ordinară este o împărțire, în care numărătorulŭ ni infățișéză pe deimpărțitŭ, și numitorulŭ pe împărțitorŭ.

Regulă. *Ca să trasformămŭ (prefacemŭ) o fracțiune ordinară în fracțiune decimală, impărțimŭ numĕrătorulŭ prin numitorŭ. Dacă se cuprinde numitorulŭ în numitorŭ, câtulŭ este întregĭ; iar dacă nu, punemŭ la câtŭ zero (0) pentru întregĭ, și adăugîndŭ câte unŭ zero (0) la fie-care restŭ, împărțimŭ înnainte până la câte decimale voimŭ să avemŭ.*

De es. $\frac{4}{5}=4:5=0,8$
40
40

$\frac{2}{25}=2:25=0,08$
200
200

$\frac{8}{9}=8:9=0,888$
80
72
80
72
80
72
8

In acestŭ esemplu videmŭ, că cifra 8 de la câtŭ se repeţesce necontenitŭ.

Dacă se întâmplă, ca una saŭ maĭ multe cifre dela câtŭ să se repeţéscă, atuncĭ fracţiunea decimală se numesce periodă.

Fracţiunile periodice sûntŭ de două felurĭ: fracţiunĭ periodice simple, şi fracţiunĭ periodice micste.

1). *Fracţiunea decimală periodică se dice periodică simplă*, dacă cifrele, ce se repeţescŭ, adică perioda, urméză îndată după punctul decimalŭ. Cifrele periodice se însémnă prin puncte

(. . . . .) de-asupra lorŭ, scriindu-se o singură dată.

De es. în locŭ de: 0,2323232323, scriemŭ $0,\dot{2}\dot{3}$

2). *Fracțiunea decimală se dice periodică micstă* atuncĭ, când cifrele ce se repețescŭ, adică perioda, nu urmează îndată după punctulŭ decimalŭ, ci după câte-va cifre decimale cari nu se repetescŭ.

De es. 0,358989898989 saŭ $0,35\dot{8}\dot{9}$

Cifrele dinnaintea perioadeĭ se numescŭ *partea neperiodică.*

In $0,35\dot{8}\dot{9}$, 35 este partea neperiodică, iar 89 este perioada.

Transformarea fracțiunilorŭ decimale in ordinare.

Scimŭ, că orĭ ce fracțiune decimală are numitorulŭ sĕŭ ca ascunsŭ în cifrele decimale; maĭ scimŭ că, pentru ca să aflămŭ numitorulŭ uneĭ fracțiunĭ decimale, punemŭ ca numitorŭ 1, urmatŭ la drépta de atâtea nule, câte cifre decimale sûntŭ.

Regulă. *Ca să transformămŭ o fracţiune ḑecimală în fracţiune ordinară, punemŭ ḑecimalele ca numĕrătoriŭ; iar de numitorŭ punemŭ 1, urmatŭ la drépta de atâtea nule, câte cifre ḑecimale sûntŭ.*

De es. $0,35=\frac{35}{100}$ | $4,012=4\frac{12}{1000}$

$$8,342=8\frac{342}{1000} \text{ saŭ } \frac{8342}{1000}$$

$$25,0045=25\frac{45}{10000} \text{ saŭ } \frac{2545}{10000}$$

Regulă. *Ca să transformăm o fracţiune periodică simplă în fracţiune ordinară, punemŭ perioda ca numĕrătorŭ, iar ca numitorŭ punemŭ atâţea de 9, câte cifre periodice sûntŭ în periodă, şi în urmă simplificămŭ, dacă se póte.*

De es. $0.3=\frac{{}^{3}3}{9}=\frac{1}{3}$

$$0,45 = \frac{{}^{9}45}{99} = \frac{5}{11}$$

$$3.17 = 3\frac{17}{99} = \text{saŭ } \frac{317}{99}$$

$$25,044 = 25\frac{4}{99}$$

$$31,27 + 31\frac{{}^{9}27}{99} = 31\frac{3}{11}$$

Regulă. *Ca să transformămŭ o fracţiune periodică micstă în fracţiune ordinară, punemŭ ca numĕrătorŭ partea neperiodică urmată de o periodă, minusŭ partea neperiodică; iar ca numitorŭ punemŭ atâtea de 9 câte cifre are perioda, urmatŭ la drépta de atâtea nule, câte cifre are partea neperiodică.*

De es. $0,45 = \frac{45-4}{90} =$

Alte esemple:

$$0,2381 = \frac{2381-23}{9900} = \frac{{}^{2}2358}{9900} = \frac{{}^{9}1179}{4950} = \frac{131}{550}$$

$$7,453 = 7\frac{453-4}{990} = 7\frac{449}{990}$$

Mĕsurile metrice

Ca să mĕsurămŭ ceva, ni trebue o mĕsură, adică o unitate maĭ mică, decâtŭ mărimea saŭ lucrulŭ ce voimŭ să mĕsurămŭ;

Sûntŭ 6 soĭurĭ de mĕsurĭ:

1). Mĕsurĭ de lungime, când voimŭ să scimŭ, câtă întindere saŭ lungime are unŭ lucru saŭ o mărime oare-care.

2). Mĕsurĭ de suprafaţă, când voimŭ să scimŭ, câtă întindere are în lungime şi lăţime faţa de de-asupra a unuĭ lucru saŭ a uneĭ mărimĭ.

3). Măsurĭ de volumŭ, când voimŭ să scimŭ, câtŭ locŭ cuprinde în lungime, lăţime şi înnălţime adâncime, unŭ lucru saŭ o mărime oare care. De es. câtŭ locŭ cuprinde în casă o cofă, şi câtŭ locŭ cuprinde unŭ altŭ vasŭ maĭ mare. Când avemŭ înnaintea nóstră o pétră mică, putemŭ trece uşorŭ peste dânsa, pentru că ea ocupă unŭ locŭ micŭ în lungime, lăţime şi înnălţime, adică are un volumŭ micŭ; insă când avemŭ înnaintea nóstră o casă, o biserică, etc., nu putemŭ trece aşa lesne peste dânsele, pentru că ele ocupă unŭ locŭ maĭ mare şi în lungime şi în lăţime şi în înnălţime; adică aŭ volumele maĭ marĭ.

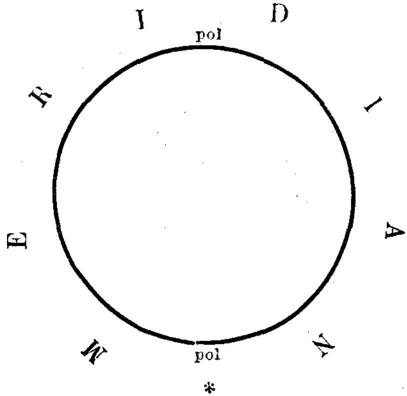
4). Mĕsurĭ de capacitate, când voimŭ să scimŭ, câtŭ încape într'unŭ vasŭ.

5). Mĕsurĭ de pond, gravitate saŭ greutate, când voimŭ să scimŭ, câtŭ de greŭ este unŭ corpŭ saŭ unŭ lucru óre-care.

6). Mĕsurĭ de valóre, saŭ monedă.

Unitatea principală de lungime.

Oamenii învĕţaţĭ aŭ aflatŭ, că pămêntulŭ este rotundŭ, ca o portocală orĭ unŭ mĕrŭ, şi că elŭ este cam turtitŭ la doue părţĭ opuse.



Câte unŭ locŭ de pe acele părţĭ turtite ale pământuluĭ le-au numitŭ polurĭ. Totŭ eĭ pentru a putea mĕsura depărtarea deosebitelorŭ locurĭ de pe pămêntŭ, şi-aŭ închipuitŭ o mulţime de circonferenţe pe pămêntŭ, şi care tóte trecŭ prin amândouĕ polurile; iar la mijloculŭ pămêntuluĭ altă linie curbă, care-lŭ încinge, ca unŭ brâŭ, numită *ecatorŭ*, saŭ *ecvatorŭ*.

O a partra parte din circonferenţa, ce ar trece prin amêndoĭ poliĭ, şi care se numesce meridian, l'aŭ împărţitŭ în 10 milióne de părţĭ, şi a 10-a milioană parte aŭ luat'o ca unitate de mĕsură, numind-o metru.

Metrulŭ, unitatea principală de lungime, este a 10-a miliónă parte din sfertulŭ meridianuluĭ pămêntescŭ; şi se face de lemnŭ saŭ de ferŭ unŭ asemenea mĕsurătoriŭ. Cu elŭ se mĕsură tóte lungimile, p. l. lungimea uneĭ băncĭ, a uneĭ bucăţĭ de pânză, etc. etc.

Lungimile maĭ micĭ decâtŭ metru, nu le putemŭ mĕsura cu metru, fiind că sûntŭ maĭ micĭ decâtŭ unitatea; de aceea, pentru a se putea mĕsura şi lungimile cele maĭ micĭ, s'aŭ împărţitŭ metrulŭ în părţĭ numite sub-multipliĭ metruluĭ.

Sub-multiplii metrului sûntŭ: decimetrulŭ (dm), care este a 10-a parte din metru ($0^m,1$), *centimetrulŭ* (c.m.), care este a 100-a parte din metru ($0^m,01$), și *milimetrulŭ* (m.m.), care este a 1000-a parte din metru (0^m001).

Esercițiĭ.

Să măsurămŭ, câțĭ milimetri are degetulŭ nostru celŭ mare.

Să măsurămŭ, câțĭ centimetri are degetulŭ nostru arătătorŭ.

Să măsurămŭ, câțĭ decimetri are lungimea catedreĭ.

Să măsurămŭ, câțĭ metri are banca, câțĭ decimetri, câțĭ centimetri și câțĭ milimetri.

? Câțĭ milimetri sûntŭ într'unŭ centimetru? dar într'unŭ decimetru? dar într'unŭ metru?

? Câțĭ centimetri sûntŭ într'unŭ decimetru? dar într'unŭ metru?

? Câțĭ decimetri sûnt într'unŭ metru?

Lungimile prea marĭ nu le mĕsurămŭ cu metrulŭ, căcĭ amŭ pierde prea multŭ timpŭ, aşa, ca să mĕsurămŭ lungimea uneĭ şoşele saŭ a unuĭ drumŭ dintre douĕ sate, ni-arŭ trebui fórte multŭ timpŭ dacă amŭ mĕsura cu metrulŭ. Pentru a se putea mĕsura dar şi lungimĭ multŭ maĭ marĭ, s'aŭ făcutŭ unităţi maĭ marĭ, formate din maĭ mulţĭ metri, şi acele unităţĭ s'aŭ numitŭ multipliĭ metruluĭ, pentru că aŭ maĭ mulţĭ metri.

Multipliĭ metruluĭ sûntŭ:

Decametrulŭ (D.m.) care are 10 metri.
Ectometrulŭ (E.m.), care are 100 metri.
Chilometrulŭ (Ch.m.) care are 1000 metri; şi
Miriametrulŭ (M.m.) care are 10,000 metri.

Scrierea şi citirea mĕsurilorŭ de lungime ca mĕsurĭ decimale de metri.

Cândŭ scriemŭ unŭ numĕrŭ de multipli şi submultipli metricĭ, scriemŭ dela stînga spre drépta, adică de la unităţile cele maĭ marĭ spre cele maĭ micĭ; când ajungemŭ la metru, punemŭ punctulŭ saŭ virgula decimală, fiind că până aci sûntŭ unităţĭ întregĭ; iar după punctŭ urméză sub multipliĭ saŭ cifrele decimale.

De es. 4 Ectometri, 7 Decametri, 3 metri şi 25 milimetri, se va scrie: 473,025.

Locurile góle dintre numere se îndeplinescŭ cu zero (0).

Ca să citimŭ unŭ numĕrŭ de decimalŭ de metri ca multipli şi submultipli metricĭ de lungime, maĭ întêiŭ facemŭ numĕrarea dela punctulŭ decimalŭ spre stînga şi drépta; spre stânga sûnt multipliĭ, metri, Decametri, Ectometri, Chilometri şi Miriametri, spre drépta sûntŭ submultipliĭ: decimetriĭ, centimetriĭ şi Milimetriĭ. Numĕrulŭ îlŭ citim dela stânga spre dreapta, spunêndŭ numele multipluluĭ, ce arată.

De es. 43582·369^{m}, 4 Miriametri, 3 Chilometri, 5 Ectometri, 8 Decametri, 2 metri, 3 decimetri, 6 centimetri şi 9 milimetri.

Fie-care multiplu şi sub-multiplu în mĕsurile de lungime este de 10 orĭ maĭ mare decât cel de-a dreapta luĭ, şi de 10 orĭ maĭ micŭ decât cel de-a drépta luĭ, şi de 10 orĭ maĭ micŭ decâtŭ cel de-a stânga luĭ; de aceea toţĭ multipliĭ şi sub-multipliĭ metruluĭ de lungime se înfăţoşéză în scriere prin câte o singură cifră, fiind-că 10 se scrie cu unŭ singurŭ zero (0).

Esercițiŭ.

? O șosea lungă de 25 ch.m., 3 m. și 9^{mm}.

Să scriemŭ acésta în formă de numĕrŭ ḑecimalŭ de metri.

? O punte lungă de 2 D.m., 2^m și 5 ^{cm}.—câțĭ metri ?

Mĕsurĭ de suprafață.

Unitatea principală de mĕsură pentru suprafețe este metrulŭ pătratŭ, adică o suprafață, care are forma unuĭ pătratŭ, cu fie-care lature câte de unŭ metru.

Suprafețele maĭ micĭ decâtŭ suprafața metruluĭ pătratŭ, nu se potŭ mĕsura cu metrulŭ pătratŭ; de aceea suprafața metruluĭ pătrat s'aŭ împărțitŭ în alte suprafețe maĭ micĭ, numite submultipliĭ metruluĭ pătratŭ.

Submultipliĭ metruluĭ pătratŭ sûntŭ :

Decimetrulŭ pătratŭ (d.m.p.), care este a 100-a parte din metrulu pătratŭ (0^{mp},01). Elŭ este o suprafaţă pătrată, avênd fie-care lature de câte unŭ decimetru.

centimetrulŭ pătratŭ (c.m.p), care este a 10,000-a parte din metrulŭ pătratŭ (0^{mp},0001). Elŭ este o suprafaţă pătrată, avêndŭ fie-care lature de câte unŭ centimetru.

Milimetrulŭ pătratŭ (m.m.p.), care este a 1,000,000-a parte din metrulŭ pătratŭ (0^{mp},000001). Elŭ este o suprafaţă pătrată de tot mică, avênd fie-care lature de câte unŭ milimetru.

Suprafeţele prea mari nu le mĕsurămŭ cu metrulŭ pătratŭ, căcĭ amŭ pierde prea multŭ timpŭ, ci cu alte unităţĭ formate din maĭ mulţĭ metri pătraţĭ numite: Multiplii metruluĭ pàtratŭ:

Multiplĭĭ metruluĭ pătratŭ sêntŭ:

Decametrulŭ pătratŭ (D.m.p.), care are 100 metri pătraţĭ. Elŭ este o suprafaţă pătrată, avêndŭ fie-care lature de câte unŭ Decametru saŭ 10 metri. Elŭ se maĭ ḑice şi *Arie*.

Ectometrulŭ pătratŭ (E.m.p.), care are 10,000 de metri pătraţĭ. Elŭ este o suprafaţă pătrată avêndŭ fie-care lature de câte unŭ Ectometru saŭ 100 metri.

Chilometrulŭ pătratŭ (Chm.p.) care are 1000,000 de metri pătraţĭ. Elŭ este o suprafaţă pătrată, avêndŭ fie-care lature de câte unŭ chilometru saŭ de 1000 metri.

Suprafeţele aŭ douĕ intinderĭ saŭ dimensiunĭ: lungimea şi lăţimea; de aceea, pentru a afla suprafaţa unuĭ locŭ, se pune lungimea de douĕ orĭ ca factorŭ, adică se rădică lungimea la pătratŭ saŭ la puterea a 2-a.

5	la pătr. se scrie	$5^2=5\times5=25$
8	„ „ „ „	$8^2=8\times8=64$
10	„ „ „ „	$10^2=10\times10=100$
100	„ „ „ „	$100^2=100\times100=10,000$
1000	„ „ „ „	$1000^2=1000\times1000=1000000$

Unŭ numĕrŭ se rădică la pătratŭ, dacă se înmulţesce cu sine însuşĭ, saŭ se ie de 2 orĭ ca factorĭ.

1 urmatŭ de nule (adică 10, 100, 1000, etc.) se rădică la pătratŭ, dacă se duplică saŭ se îndoĭesce numĕrulŭ nulelorŭ.

Când cineva nu-şĭ aminteşte, cu câţĭ metrĭ este egalŭ unŭ Chilometru saŭ unŭ decametru pătratŭ, etc., atuncĭ n'are decâtŭ să rădice lungimea la pătratŭ, şi va afla ceea ce nu-şĭ aminteşte.

De es. Ca să scimŭ, câţĭ metri are Ectometrulŭ pătratŭ, rădicŭ lungimea Ectometruluĭ (100 metri) la pătratŭ:

$$100^2=10,000$$

Astŭ-feliŭ amŭ aflatŭ, că Ectometrulŭ pătratŭ are 10,000 metri pătraţĭ. Totŭ aşa se face cu tóte lungimile.

Chm.p. are 100 de Em.p.
E.m.p. are 100 de Dm.p.
D.m.p. are 100 de m.p.
m.p. are 100 de d.m.p.
d.m.p. are 100 de c.m.p.
c.m.p. are 100 de m.m.p.

Videmŭ, că fie-care multiplu şi submultiplu la mĕsurile de suprafaţă este de 100 de orĭ maĭ mare unulŭ decâtŭ altulŭ, şi fiind că 100 se şcrie cu doĭ zero (00), de aceea toţĭ multipliĭ şi submultipliĭ la măsurile de suprafaţă se înfăţoşéză prin câte două cifre.

Scrierea şi cetirea mĕsurilorŭ de suprafaţă ca numĕrŭ ḑecimalŭ de metri pătraţĭ.

Ca să scriemŭ multipliĭ şi submultipliĭ metruluĭ pătratŭ, începemŭ a scrie de la stânga spre dreapta, adică de la unităţile cele maĭ marĭ, înfăţişândŭ fie-care multiplu şi submultiplu prin câte două cifre; când ajungemŭ la metriĭ pătraţĭ, punemŭ punctulŭ ḑecimalŭ, şi după aceasta scriem submultipliĭ.

De es. 23 m.p., 7 c.m.p., şi 3 m.m. p.

Se va scrîe: $23^{mp.}$,000703, orĭ: 23·000703^{mp}

---

15 chm.p., 2 Dm.p., 7.mp. 4 dm.p. şi 90mm.p.= 15000207$^{mp.}$, 044590.

Loculŭ orĭ-căruĭ felŭ ce ne lipsesce se îndeplinesce cu doue nule.

Scrierea şi citirea unuĭ numĕrŭ ḑecimalŭ de metri pătraţĭ ca multipli şi submultipli de metru pătratŭ.

Ca să citimŭ unŭ numărŭ ḑecimalŭ de metri pătraţĭ ca multipli şi submultipli, maĭ întâiŭ facemŭ numerarea, începândŭ dela punctulŭ ḑecimalŭ spre drépta şi stânga, şi luândŭ câte doue cifre pentru fie-care multiplu şi sub-multiplu. După ce amŭ făcutŭ numerarea, citimŭ dela stânga spre drépta, tot câte două cifre, spunêndŭ şi felulŭ unităţilorŭ, ce arată.

De es. 45 39 12 64· 14 30 $95^{mp.}$ =
Aicĭ sûntŭ: $45^{Chmp.}$, $39^{Kmp.}$, $12^{Dmp.}$, $64^{mp.}$, $14^{dmp.}$, $30^{Cmp.}$, şi $95^{mmp.}$.

Esercițiĭ.

? O moşie are o suprafaţă de 4592 Dmp. 7 mp. şi 34 cmp. 26 mmp. Să scriemŭ acésta ca numĕrŭ ḑecimalŭ de metri pătraţĭ.

Mĕsurĭ de volumŭ.

Unitatea principală pentru mĕsurarea volumelorŭ este metrulŭ cubicŭ, unŭ cubŭ cu laturea de unŭ metru (1^m), avêndŭ 6 feţe de câte unŭ metru pătratŭ ($1^{mp.}$).

Pentru mĕsurarea volumelorŭ de totŭ marĭ se întrebuinţéză multiplii metruluĭ cubicŭ.

Multiplii metrului cubicŭ sûntŭ.

Decametrulŭ cubicŭ, unŭ cubŭ a căruĭ lature este de 10^{m} sau 1^{Dm}, şi cuprinde $1000^{mc.}$.

Ectometrulŭ cubicŭ, unŭ cubŭ, a căruĭ lature este de 100 metri saŭ $1^{Hm.}$ şi cuprinde în totulŭ $1,000000^{mc.}$.

Chilometrulŭ cubicŭ, unŭ cubŭ, a căruĭ lature este de 1000 metri saŭ $1^{Km.}$ şi cuprinde, în totulŭ $1,000,000,000^{mc.}$.

Miriametrulŭ cubicŭ a căruĭ lature este de 10,000 metri sau 1^{Mm}, şi care cuprinde in totulŭ $1.000,000,000,000^{m.\ c.}$

Decametrulŭ cubicŭ este de 1000 orĭ maĭ mare decâtŭ metrulŭ cubicŭ, şi metrulŭ cubicŭ de 1000 orĭ maĭ micŭ decâtŭ Decametrulŭ cubicŭ.

Ectometrul cubicŭ este de 1000 orĭ maĭ mare decâtŭ Decametrulŭ cubicŭ, şi Decametrulŭ cubicŭ de 1000 orĭ maĭ micŭ decâtŭ Ectometrulŭ cubicŭ; etc.

Metrulŭ cubicŭ la mĕsurarea lemnelorŭ de focŭ se numesce Sterŭ, avêndŭ ca multiplu Decasterulŭ şi ca sub-multiplu decisterulŭ.

Pentru mĕsurarea volumelorŭ maĭ micĭ decâtŭ metrulŭ cubicŭ, sûntŭ alte unitățĭ maĭ micĭ decâtŭ metrulŭ cubicŭ; aceste se zic submultipliĭ metruluĭ cubicŭ.

Sub-multiplĭĭ metruluĭ cubicŭ sûntŭ;

Decimetrulŭ cubicŭ (d. m. c.), (0^{mc},001), care este unŭ cubŭ micŭ cu laturea de un decimetru. Elŭ este a 1000-a parte din metrulŭ cubicŭ.

Centimentrulŭ cubicŭ (c. m. c.) (0^{mc},000,001) care este unŭ cubŭ maĭ micŭ decât decimetrulŭ cubicŭ. Elŭ are laturea de un decimetru, şi este a 1000,000-a parte din metrulŭ cubicŭ.

Milimetrulŭ cubicŭ (m. m. c.), (0^{mc},000000001) care este unŭ cubŭ de totŭ micŭ. Elŭ are laturea de 1 milimetru, şi este a 1000,000,000-a parte din metrulŭ cubicŭ.

Decimetrulŭ cubicŭ este de 1000 orĭ maĭ mare decâtŭ c. m. c.

Centimetrulŭ cubicŭ este de 1000 orĭ maĭ mare decâtŭ m. m. c.

Esercițiĭ.

Câţĭ milimetri cubicĭ sûntŭ intr'unŭ c. m. c.?
Câţĭ centimetri cubicĭ sûntŭ intr'unŭ d. m. c.?
Câţĭ decimetri cubicĭ sûntŭ intr'unŭ m. c.?
Câţĭ metri cubicĭ sûntŭ intr'unŭ D. m. c.?
Câţĭ Decametri cubicĭ sûntŭ intr'unŭ E. m. c.?
Câţĭ Ectometri cubicĭ sûntŭ intr'unŭ Chm. c.?
Câţĭ chilometri cubicĭ sûntŭ intr'unŭ Mm. c.?

Scrierea măsurilorŭ de volumŭ.

La mĕsurile de volumŭ fie-care multimplu este de 1000 orĭ maĭ mare decâtŭ sub-multiplulŭ seu cel maĭ apropiat, şi fiindcă 1000 se scrie cu 3 nule, de aceea in scriere fie-care multiplu şi sub-multiplu se infăţoşéză prin câte 3 cifre.

De es: 5^{mc} şi $8^{c.m.c.}$ se va scrie=$5^{m.c.}$,000,008

Amŭ pusŭ treĭ nule pentru d. m. c., şi încă douĕ nule, care impreună cu cifra 8, facŭ 3 cifre pentru c. m. c.

$75^{Chmc.}$. 4^{Dmc}, 96^{mc}, 42^{dmc} şi 700^{mmc} se va scrie=75.000,004.096^{mc}. 042.000.700.

Cetirea mĕsurilorŭ de volumŭ.

Ca să citimŭ mĕsurile de volumŭ, desfacemŭ numĕrulŭ datŭ in grupe de câte treĭ cifre dela punctulŭ ḑecimalŭ spre drépta şi spre stînga pentru fie-care multiplu şi sub-multiplu, pe urmă începemŭ a ceti dela stînga spre drépta, cetindŭ pe rând fie-care grupă.

De es: 45368923764·303500045^{mc}.

Aicĭ citim; $45^{Chmc.}$, $368^{Emc.}$, $923^{Dmc.}$, 764^{mc}, $303^{dmc.}$, $500^{cmc.}$, şi $45^{mmc.}$.

La volume avemŭ 3 dimensiunĭ: Lungimea lăţimea şi înnălţimea, orĭ adâncimea, de aceea ca să aflămŭ, câţĭ metri cubicĭ are orĭ ce multiplu saŭ a câtea parte din metru cubicŭ este orĭ ce sub-multimplu, rădicămŭ lungimea la puterea a *3*-a (la cubŭ), — adecă il imulţimŭ de două orĭ cu sine insuşĭ, saŭ ilŭ punemŭ de 3 orĭ ca factorŭ.

De es. la cubŭ.

$2^3=2\times2\times2=4\times2=8$

$5^3=5\times5\times5=25\times5=125$

$10^3=1000$

Mĕsurĭ de capacitate (încăpere).

Unitatea principală pentru capacităţĭ este o încăpere numită Litru (L), adecă atâta, câtŭ incape intr'unŭ decimetru cubicŭ.

Multipliĭ litruluĭ sûntŭ:

Decalitrulŭ (Dl.), câtŭ 10 litri.
Ectolitrulŭ (El.) „ 100 „

Sub-multipliĭ litruluĭ sûnt:

Decilitrulŭ (d. l.), care este a 10-a parte din litru (0^L,1).

Centilitrulŭ (c. l.), care este a 100 a parte din litru (^{L},01).

Mililitrulŭ (m. l.), care este a 1000-a parte din litru $(0^{L},001)$.

Mĕsurile de capacitate cele pentru licide ca: vinulŭ, rachiulŭ, laptele şi altele, se facŭ de ferŭ, şi sûntŭ de două orĭ maĭ marĭ în înălţime, saŭ lungime, de câtŭ în lărgime; ĭar cele pentru solide ca: popuşoiŭ (porumbŭ), ovĕsŭ, secară, grâŭ şi altele, se facŭ de lemnŭ, şi sûntŭ egale în lărgime şi înălţime.

Mĕsurile de greutate.

Unitatea principală de mĕsură pentru greutăţĭ este o greutate de ferŭ saŭ de alamă numită Gramŭ (gr), care cîntăresce atâta, câtŭ cântăresce 1^{cmc} de apă curată.

Pentru cântărirea saŭ mĕsurarea greutăţilorŭ marĭ avemŭ multiplii gramuluĭ, cari sûntŭ:

Decagramulŭ (Dgr) egalŭ cu 10 grame.
Ectogramulŭ (Egr) „ „ 100 „
şi Chilogramulŭ (Kgr) „ „ 1000 „

Greutatea de 100 Kgr. se numesce cântarŭ metricŭ, şi greutatea de 1000 Kgr se numesce tonă metrică.

Pentru cântărirea greutăţilorŭ maĭ micĭ decâtŭ gramulŭ avemŭ sub-multiplii gramuluĭ, cari sûntŭ:

Decigramulŭ (dgr), care este a 10-a parte din gramŭ ($0^{gr.}1$).

Centigramulŭ (cgr), care este a 100-a parte din gramŭ ($0^{gr.}01$).

Miligramulŭ (mgr), care este a 1000-a parte din gramŭ ($0^{gr.}001$).

Esercițiĭ.

72 Decagrame câte grame facŭ?

12 Chilograme câte grame facŭ?
8 Chilograme câte Decagrame facŭ?
Câte miligrame sûntŭ 7 ectograme?

Mĕsurĭ de valóre, saŭ moneda.

Unitatea principală pentru monedă este *Leulŭ.* Acéstă unitate n'are multipli. Ca submultiplu are banulŭ, care este a 100-a parte din leu ($0^{lei.}01$)

Esercițiĭ.

35 leĭ 22 banĭ se scrie $= 35^{leĭ},22$.
14 leĭ 5 banĭ se scrie $= 14^{lei},05$.

Dacă avemŭ unŭ numĕrŭ mare de banĭ, ca să scimŭ câţĭ leĭ sûntŭ, despărţimŭ din drépta 2 cifre pentru banĭ, şi cifrele din stânga punctuluĭ vor arăta leiĭ.

De es. 432689 banĭ = leĭ 4326,89

Regulă. *Pentru a calcula cu mĕsurile metrice, le scriemŭ pe tóte aceste mĕsurĭ în formă de ḑecimale, şi în urmă se operează după regulele arătate la cele patru operaţiunĭ ale ḑecimalelorŭ.*

FINE.

TABLA MATERIEI

Greşelĭ de îndreptatŭ.

Pag.	rândul	in loc de	să se pună
116	16	*numitorŭ*	*numărătorŭ*
127	19	*metruluĭ*	*metrulŭ*